

III. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

1. Phương trình trùng phương

Phương trình trùng phương là phương trình có dạng $ax^4 + bx^2 + c = 0$ ($a \neq 0$).

Cách giải: Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$), đưa về phương trình bậc hai $at^2 + bt + c = 0$.

2. Phương trình bậc bốn dạng: $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d) = m$ với $a+b = c+d$

Cách giải: Đặt $t = x^2 + (a+b)x$, đưa về phương trình bậc hai $(t+ab)(t+cd) = m$.

3. Phương trình bậc bốn dạng: $(x+a)^4 + (x+b)^4 = c$

Cách giải: Đặt $t = x + \frac{a+b}{2}$, đưa về phương trình trùng phương theo t .

Chú ý: $(x \pm y)^4 = x^4 \pm 4x^3y + 6x^2y^2 \pm 4xy^3 + y^4$.

4. Phương trình bậc bốn dạng: $ax^4 + bx^3 + c^2 \pm bx + a = 0$

Cách giải:

– Nhận xét $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình.

– Với $x \neq 0$, chia 2 vế của phương trình cho x^2 ta được: $a\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + b\left(x \pm \frac{1}{x}\right) + c = 0$.

Đặt $t = x \pm \frac{1}{x}$, đưa về phương trình bậc hai theo t .

5. Phương trình chứa ẩn ở mẫu thức

Cách giải: Thực hiện các bước sau:

Bước 1: Tìm điều kiện xác định của phương trình.

Bước 2: Quy đồng mẫu thức hai vế rồi khử mẫu thức.

Bước 3: Giải phương trình vừa nhận được.

Bước 4: Trong các giá trị tìm được của ẩn, loại các giá trị không thoả mãn điều kiện xác định, các giá trị thoả mãn điều kiện xác định là nghiệm của phương trình đã cho.

6. Phương trình tích

Phương trình tích là phương trình có dạng $A.B = 0$.

Cách giải: $A.B = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$

7. Phương trình chứa căn thức

$$\bullet \sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = [g(x)]^2 \end{cases} \quad \bullet af(x) + b\sqrt{f(x)} + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{f(x)}, t \geq 0 \\ at^2 + bt + c = 0 \end{cases}$$

8. Phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối

Cách giải: Có thể dùng các phương pháp sau để bỏ giá trị tuyệt đối:

- Dùng định nghĩa hoặc tính chất giá trị tuyệt đối.
- Đặt ẩn phụ.

9. Phương trình dạng $A^2 + B^2 = 0$

Cách giải: $A^2 + B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $4x^4 + 8x^2 - 12 = 0$

b) $12x^4 - 5x^2 + 30 = 0$

c) $8x^4 - x^2 - 7 = 0$

d) $5x^4 - 3x^2 + \frac{7}{16} = 0$

e) $4x^4 + 7x^2 - 2 = 0$

f) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

g) $2x^4 + 5x^2 + 2 = 0$

ĐS:

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a) $x(x+1)(x+2)(x+3) = 24$

b) $(x+1)(x+4)(x^2+5x+6) = 24$

c) $(x+1)^4 + (x+3)^4 = 2$

d) $(x+2)^2(x^2+4x) = 5$

e) $3\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 16\left(x + \frac{1}{x}\right) + 26 = 0$

f) $2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 7\left(x - \frac{1}{x}\right) + 2 = 0$

ĐS:

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a) $(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3 = 0$

b) $(x^2 + 4x + 2)^2 + 4x^2 + 16x + 11 = 0$

c) $(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12 = 0$

d) $(2x+1)^4 - 8(2x+1)^2 - 9 = 0$

e) $(x^4 + 4x^2 + 4) - 4(x^2 + 2) - 77 = 0$

f) $\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)^2 - 4\left(\frac{2x-1}{x+2}\right) + 3 = 0$

ĐS:

Bài 4. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{2x-5}{x-1} = \frac{3x}{x-2}$

b) $\frac{4x}{x+2} = \frac{x+1}{x-2}$

c) $\frac{2x}{x-2} - \frac{5}{x-3} = \frac{5}{x^2-5x+6}$

d) $\frac{1}{3x^2-27} + \frac{3}{4} = 1 + \frac{1}{x-3}$

e) $\frac{x}{x-2} + \frac{x+3}{x-1} = 6$

f) $\frac{2x-1}{x} + 3 = \frac{x+3}{2x-1}$

ĐS:

Bài 5. Giải các phương trình sau:

a) $(4x^2 - 25)(2x^2 - 7x - 9) = 0$

b) $(2x^2 - 3)^2 - 4(x-1)^2 = 0$

c) $2x(3x-1)^2 - 9x^2 + 1 = 0$

d) $x^3 + 3x^2 + x + 3 = 0$

e) $x^3 + 5x^2 + 7x + 3 = 0$

f) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$

ĐS:

Bài 6. Tìm m để các phương trình sau có 3 nghiệm phân biệt:

a) $x^3 - (2m+1)x^2 + 3(m+4)x - m - 12 = 0$

b)

$x^3 + (2m-3)x^2 + (m^2 - 2m + 2)x - m^2 = 0$

ĐS:

Bài 7. Tìm m để các phương trình sau có 4 nghiệm phân biệt:

a) $x^4 - (2m+1)x^2 + m^2 = 0$

b) $(x^2 - 1)(x+3)(x+5) = m$

ĐS:

Bài 8. Giải các phương trình sau:

a) $3x^2 - 14|x| - 5 = 0$

b) $|x-1| + x^2 = x+3$

c) $|x+2| - 2x + 1 = x^2 + 2x + 3$

d) $|x^2 + 1| - \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 3x$

ĐS:

Bài 9. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x-5} = x-7$

b) $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-6} = 2$

c) $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$

d) $x^2 + \sqrt{x^2 - 3x + 5} = 3x + 7$

e) $\sqrt{x^2 - 4x} = \sqrt{x+14}$

f) $\sqrt{2x^2 + 6x + 1} = x + 2$

ĐS: a) $x=9$ b) c) $x=-1; x=3$

Bài 10. Giải các hệ phương trình sau: (Đưa về dạng $A^2 + B^2 = 0$)

a)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 27 \\ xy + yz + zx = 27 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 12 \end{cases}$$