Consistant deformation method

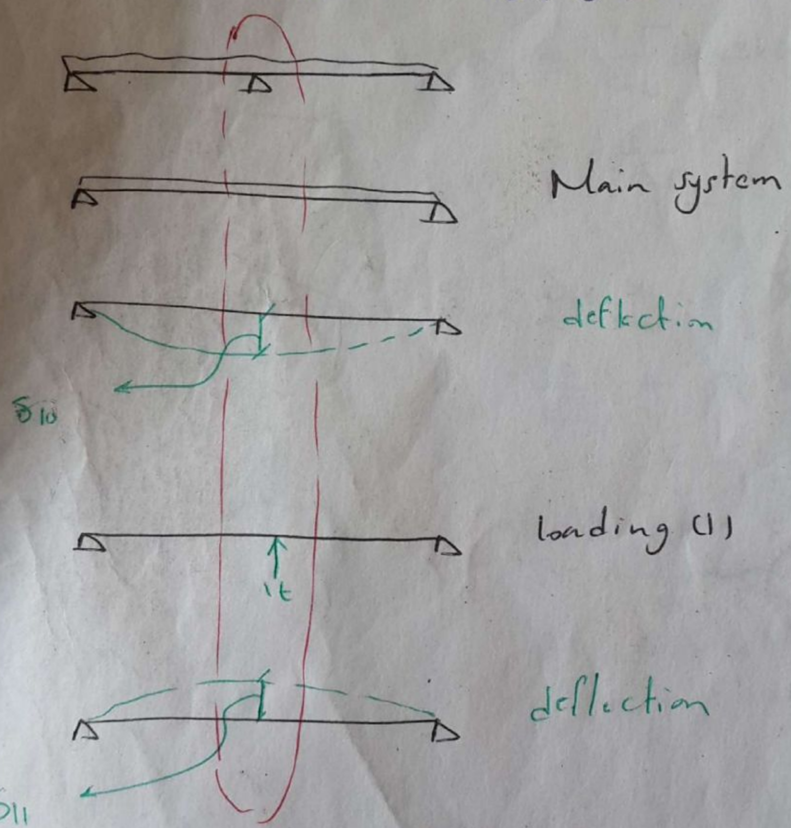
* وهي طريقة تستخدم لحل المنشآت الغير محددة استاتيكياً S.S. Ind

ولتحديد نوع المنشأ:

المجاهيل		المعادلات
S.S.d ← un	=	eq
S.S. Ind ← un	>	eq
unstable ← un	<	eq

* فكرتها:

أنها تعتمد على تحويل المنشأ من S.S. Ind إلى S.S. d وذلك عن طريق إزالة أحد المجاهيل وحل المنشأ بال virtual work بشرط أن يكون هذا المنشأ stable ثم نقوم بالتعويض في القانون



وحيث أنه في المنشأ الأصلي فإن هنا ركيزة أي أن ال deflection بصفر.

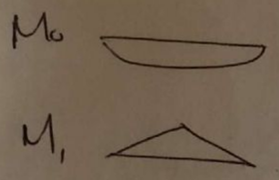
أي مجموع ال deflection نتيجة الأحمال ونتيجة الحمل ال 1t يساوي صفر

$$\delta_{10} = \int \frac{M_1 M_0}{EI} dx$$

$$\delta_{11} = \int \frac{M_1 M_1}{EI} dx$$

$$\delta_{10} + X_1 \delta_{11} = 0$$

ومن هذه المعادلة نحصل على قيمة X_1 ومن ثم أصبح بالإمكان حل المنشأ.



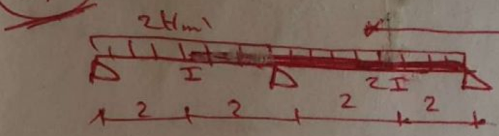
بحيث δ_{10} هو ال deflection الناتج من الأحمال الرئيسية

$$\delta_{10} = \int \frac{M_1 M_o}{EI} dx$$

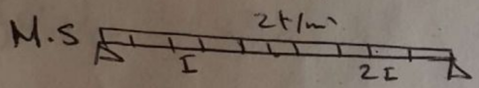
δ_{11} هو ال deflection الناتج عن ال 1t

$$\delta_{11} = \int \frac{M_1 M_1}{EI} dx$$

ex

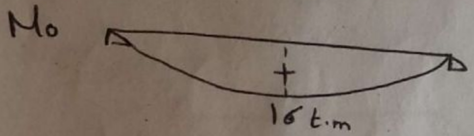


Indet (1)



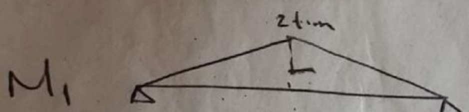
$$\delta_o = \frac{1}{EI}\left[-(2/3 \times 16 \times 4) \times \frac{5}{8} \times 2\right] + \frac{1}{2EI}\left[-(2/3 \times 16 \times 4) \times \frac{5}{8} \times 2\right]$$

$$= \frac{-80}{EI}$$



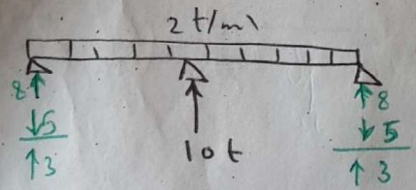
$$\delta_{11} = \frac{1}{EI}\left[(\tfrac{1}{2} \times 2 \times 4) \times \tfrac{2}{3} \times 2\right] + \frac{1}{2EI}\left[\tfrac{1}{2} \times 2 \times 4 \times \tfrac{2}{3} \times 2\right]$$

$$= \frac{8}{EI}$$



$$\therefore \delta_{10} + X_1 \delta_{11} = 0$$

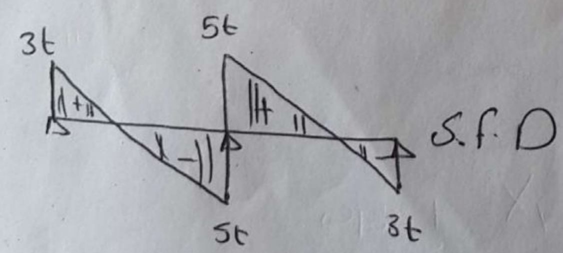
$$-\frac{80}{EI} + X_1 \times \frac{8}{EI} = 0$$

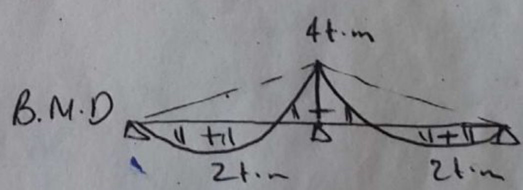


$$\therefore X_1 = +10 \text{ t}$$

لحساب العزم نطبق القانون

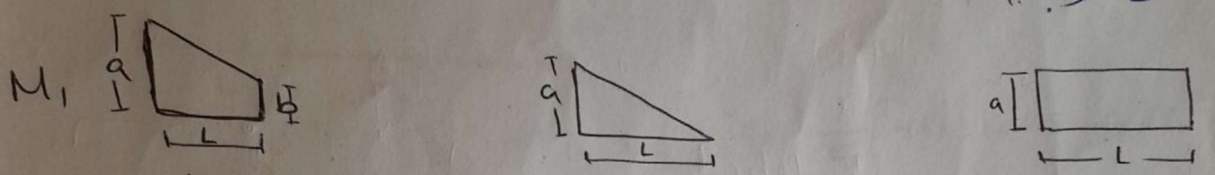
$$M_f = M_o + X_1 M_1$$
$$= 16 + 10 * -2 = -4 \text{ t.m}$$





ملحوظة هامة عند حساب δ_{11} :

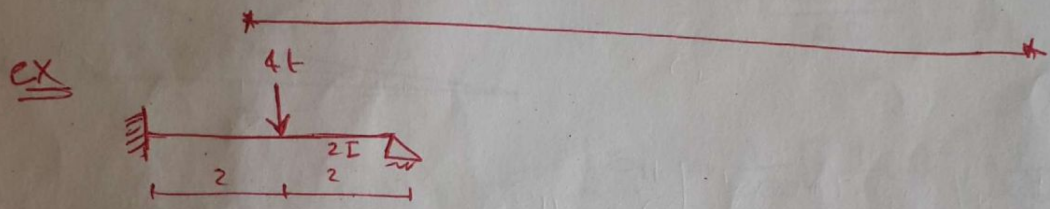
حيث أن الرسم M_1 الناتج يكون دالة خطية فاننا عندما نكامل M_1 مع نفسه يمكن استخدام علاقات محفوظة ونعوض بها للتسهيل حيث تكون هذه الدوال عبارة عن مثلث أو مستطيل أو شبه منحرف وهي دائماً موجبة.



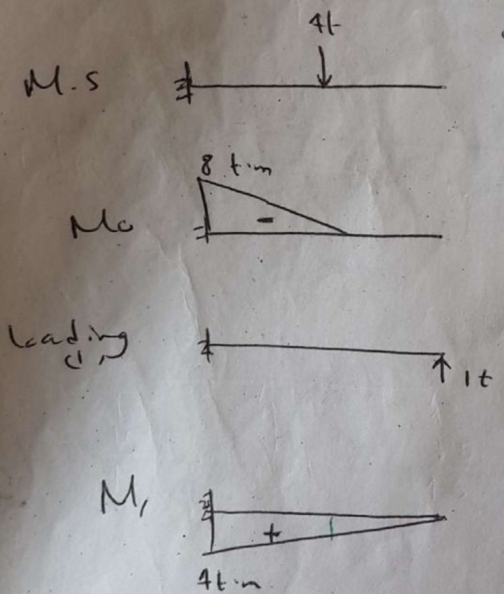
شبه منحرف — مثلث — مستطيل

$\int M_1 M_1 = \frac{L}{3}(a^2+b^2+ab)$ $\qquad = \frac{L}{3}(a)^2$ $\qquad = L(a)^2$

ex

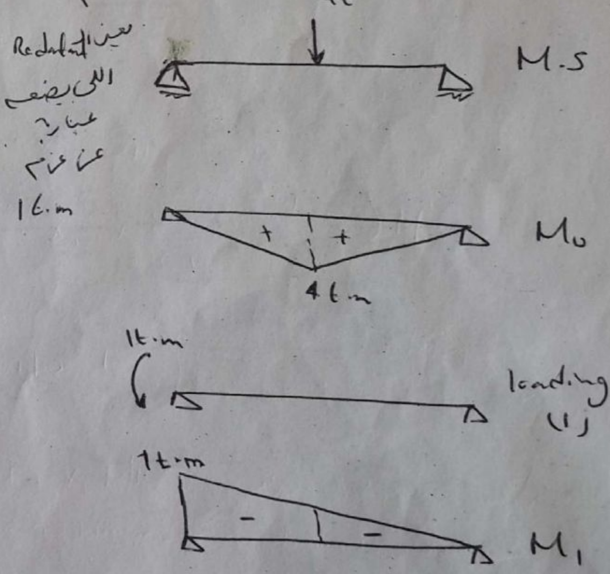


هنا حررت الـ Reaction or هنا حررت عزم



يعني الـ Redunt اللي بضيفه عبارة عن قوة 1t

يعني الـ Redundant اللي بضيفه عبارة عن عزم 1t.m



أعوض في القانون

$\delta_{10} + X_1 \delta_{11} = 0$

δ_{10} → deflection

$X_1 \longrightarrow$ قوة

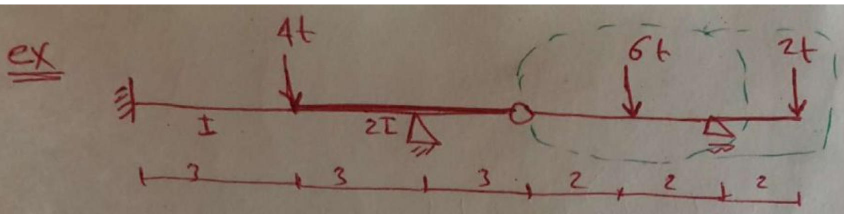
أعوض في القانون

$\phi_{10} + X_1 \phi_{11} = 0$

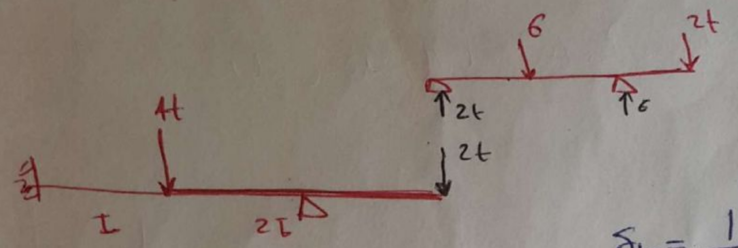
ϕ_{10} → slope

$X_1 \longrightarrow$ عزم

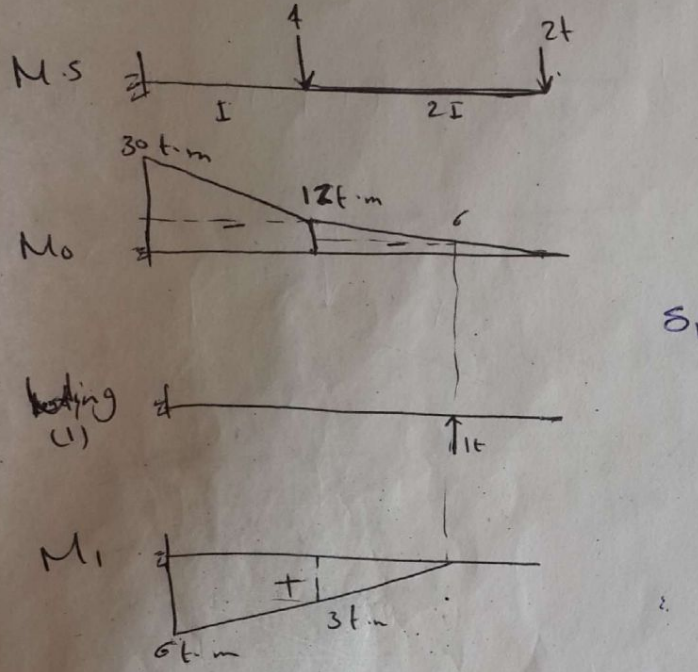
ex



Draw S.F.D
B.M.D



لو عندنا جزء محدد بحدده أحله بعد لوحده وأعكس الـ Reaction على الكمرة



$$\delta_{10} = \frac{1}{2EI}\left[-(6*3)*1.5 - (\tfrac{1}{2}*6*3)*\tfrac{2}{3}*3\right]$$

$$+ \frac{1}{EI}\left[-(12*3)*4.5 - (\tfrac{1}{2}*18*3)*(3+\tfrac{2}{3}*3)\right]$$

$$= -\frac{319.5}{EI}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{2EI}\left[\frac{3}{3}(3)^2\right] + \frac{1}{EI}\left[\frac{3}{3}(6^2+3^2+3*6)\right]$$

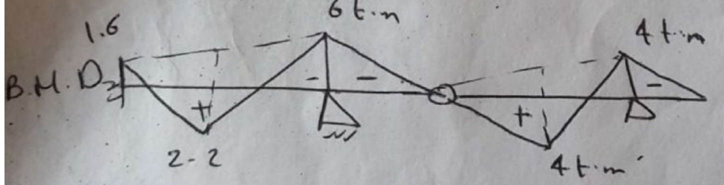
$$= \frac{67.5}{EI}$$

$$\delta_{10} + X_1\,\delta_{11} = 0$$

$$-\frac{319.5}{EI} + X_1 * \frac{67.5}{EI} = 0$$

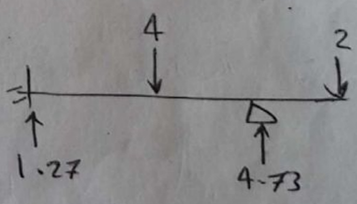
$$\therefore X_1 = +4.73\ t$$

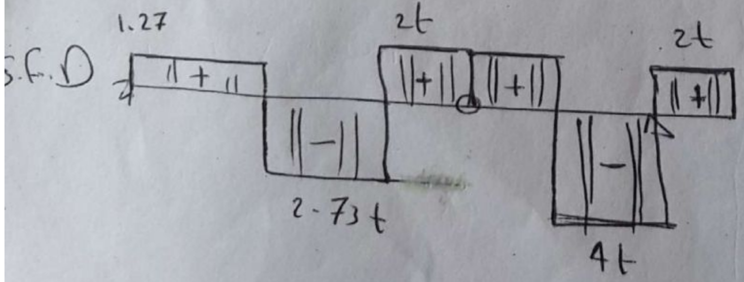
ولما نيجي نرسم العزم والقص نرسمهم للكمرة كلها



$$M_4 = -30 + 4.73*6$$

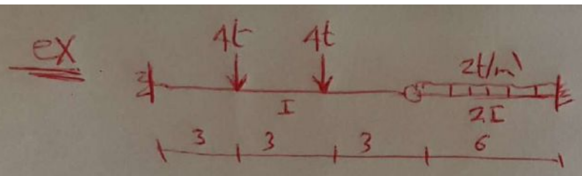
$$= -1.6\ t.m$$





S.F.D

ex

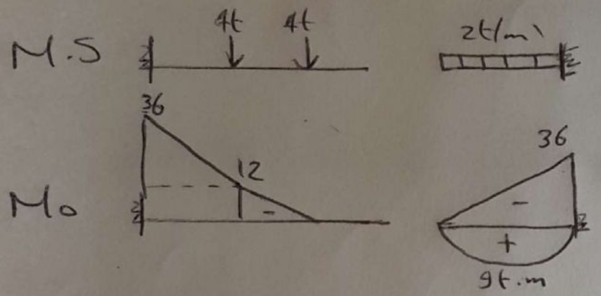


Draw S.F.D , B.M.D

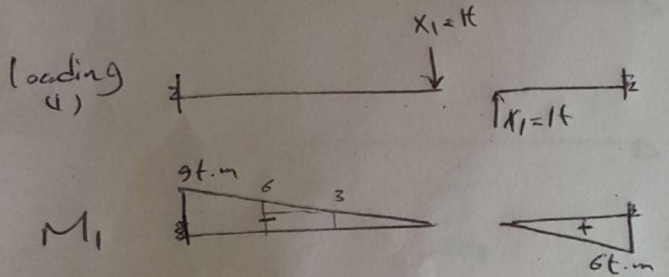
Indet ①

وأسهل M.S هنا هو الفصل ودمج

يمين وعكسه ناحية الشمال $X_1 = 1t$



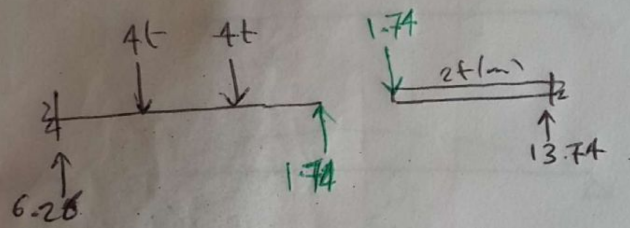
$$\delta_{10} + X_1 \delta_{11} = 0.0$$



$$* \quad \delta_{10} = \int \frac{M_0 M_1}{EI} dx$$

$$= \frac{1}{2EI}\left[-\frac{1}{2}*6*36*\frac{2}{3}*6 + \frac{2}{3}*9*6*3\right]$$

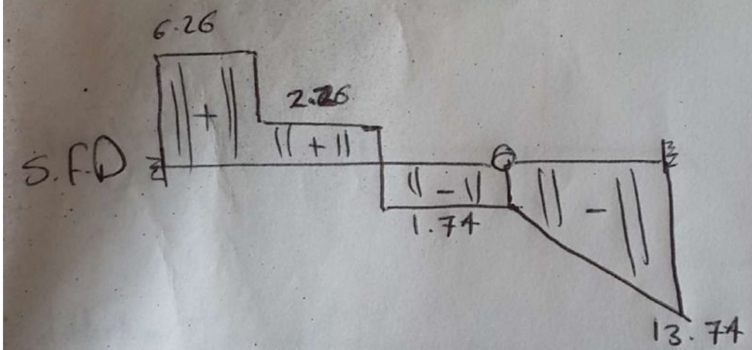
$$+ \frac{1}{EI}\left[\frac{1}{2}*12*3*(3+\frac{2}{3}*3) + 12*3*7.5 + \frac{1}{2}*3*24*(6+\frac{2}{3}*3)\right] = \frac{486}{EI}$$



$$* \quad \delta_{11} = \int \frac{M_1 M_1}{EI} dx$$

$$= \frac{1}{2EI}\left[\frac{6}{3}(6)^2\right] + \frac{1}{EI}\left[\frac{9}{3}(9)^2\right]$$

$$= \frac{279}{EI}$$

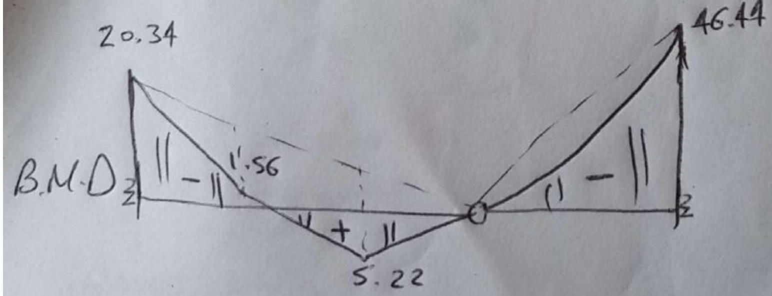


$$\therefore \delta_{10} + X_1 \delta_{11} = 0.0$$

$$\frac{486}{EI} + X_1 * \frac{279}{EI} = 0.0$$

$$\therefore X_1 = -1.74\ t$$

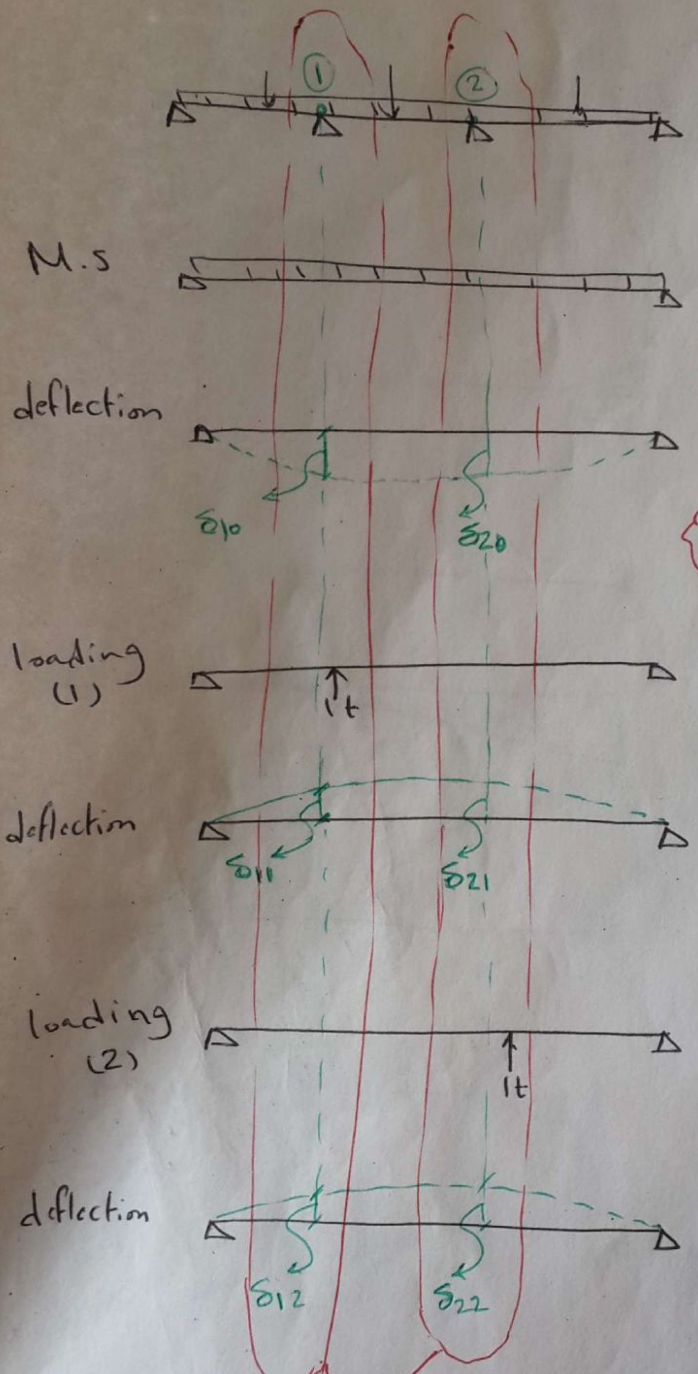
عكس الاتجاه المفروض



$$M_f = M_0 + X_1 M_1$$

2^{nd} degree Ind. structures :-

في المنشآت الغير محددة استاتيكياً من الدرجة الثانية يصبح عندي مجهولين وبالتالي نحتاج معادلتين .



Σ deflection = zero

علشان هي الأساس ركيزة

وبالتالي أقدر أستنتج معادلتين

زي اللي فات هشيل مجهولين وأخلي محدد استاتيكياً stable

$$\boxed{\delta_{10} + \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 = 0}$$

$$\boxed{\delta_{20} + \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 = 0}$$

δ_{12}

عند نقطة

حالة التحميل

وبالتالي لما أعوض في المعادلتين أقدر أطلع المجهولين

حيث

$$\delta_{10} = \int \frac{M_1 M_0}{EI} dx$$

$$\delta_{11} = \int \frac{M_1 M_1}{EI} dx$$

$$\delta_{12} = \int \frac{M_1 M_2}{EI} dx$$

$$\delta_{20} = \int \frac{M_2 M_0}{EI} dx$$

$$\delta_{21} = \int \frac{M_2 M_1}{EI} dx$$

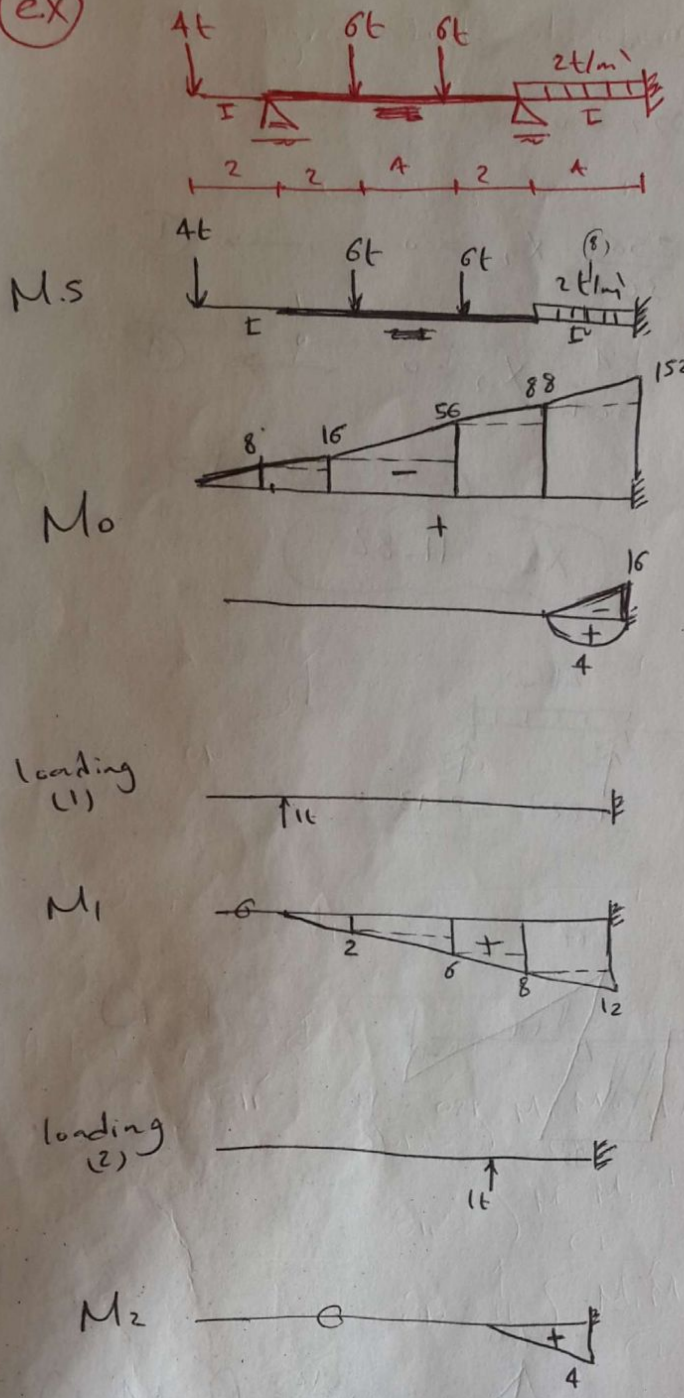
= متساوية نفس الرقم [illegible]

$$\delta_{22} = \int \frac{M_2 M_2}{EI} dx$$

Scanned by CamScanner

e.x

2nd (2) degree



δ_{10}

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI}\Big[-(8\times2)\times1 - (\tfrac{1}{2}\times8\times2)\times(\tfrac{2}{3}\times2)$$
$$-(16\times4)\times4 - (\tfrac{1}{2}\times40\times4)\times(2+\tfrac{2}{3}\times4)$$
$$-(56\times2)\times7 - (\tfrac{1}{2}\times2\times32)\times(6+\tfrac{2}{3}\times2)$$
$$-(88\times4)\times10 - (\tfrac{1}{2}\times64\times4)\times(8+\tfrac{2}{3}\times4)$$
$$-(\tfrac{1}{2}\times16\times4)\times(8+\tfrac{2}{3}\times4)+(\tfrac{2}{3}\times4\times4)\times10\Big]$$
$$= \frac{-20384}{3EI}$$

δ_{11}

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI}\left[\frac{12}{3}(12)^2\right] = \frac{576}{EI}$$

δ_{12}

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI}\left[(8\times4)\times2 + (\tfrac{1}{2}\times4\times4)\times\tfrac{2}{3}\times4\right]$$
$$= \frac{256}{3EI}$$

δ_{20}

$$\delta_{20} = \frac{1}{EI}\Big[-(88\times4)\times2 - (\tfrac{1}{2}\times64\times4)\times\tfrac{2}{3}\times4$$
$$-(\tfrac{1}{2}\times16\times4)\times\tfrac{2}{3}\times4+(\tfrac{2}{3}\times4\times4)\times2\Big]$$
$$= -\frac{3328}{3EI}$$

δ_{21}

لأنها دوال ختصرناها يمكن تطبيق مبدأ العكس كما سبق في ال virtual work

$$\delta_{21} = \delta_{12} = \frac{256}{3EI}$$

δ_{22}

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI}\left[\frac{4}{3}(4)^2\right] = \frac{64}{3EI}$$

ثم نطبق في المعادلات للحصول على المجاهيل

$$\delta_{10} + X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} = 0$$

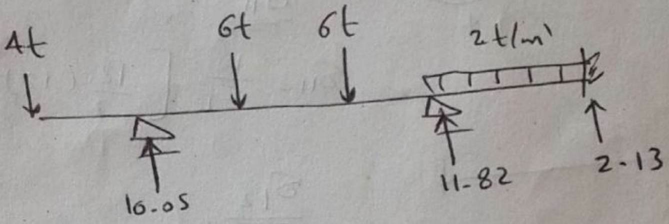
$$\delta_{20} + X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} = 0$$

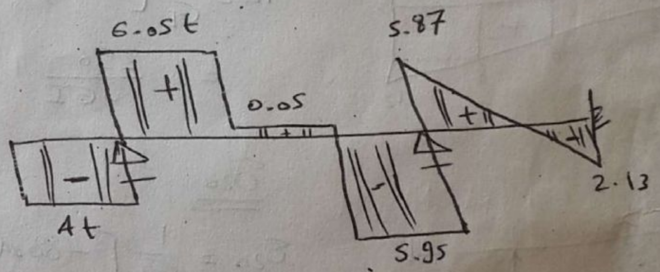
$$-\frac{20384}{3\cancel{EI}} + \frac{576}{\cancel{EI}} X_1 + \frac{256}{3\cancel{EI}} X_2 = 0 \longrightarrow (1)$$

$$-\frac{3328}{3\cancel{EI}} + \frac{256}{3\cancel{EI}} X_1 + \frac{64}{3\cancel{EI}} X_2 = 0 \longrightarrow (2)$$

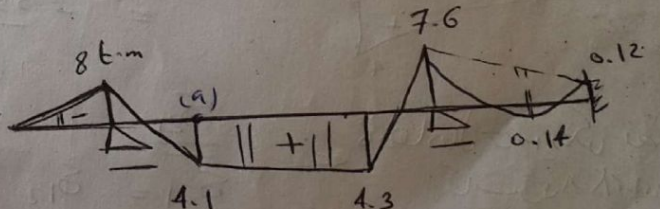
بحل (1) & (2)

$$\boxed{X_1 = 10.05\ t} \qquad \boxed{X_2 = 11.82}$$





S.F.D



B.M.D

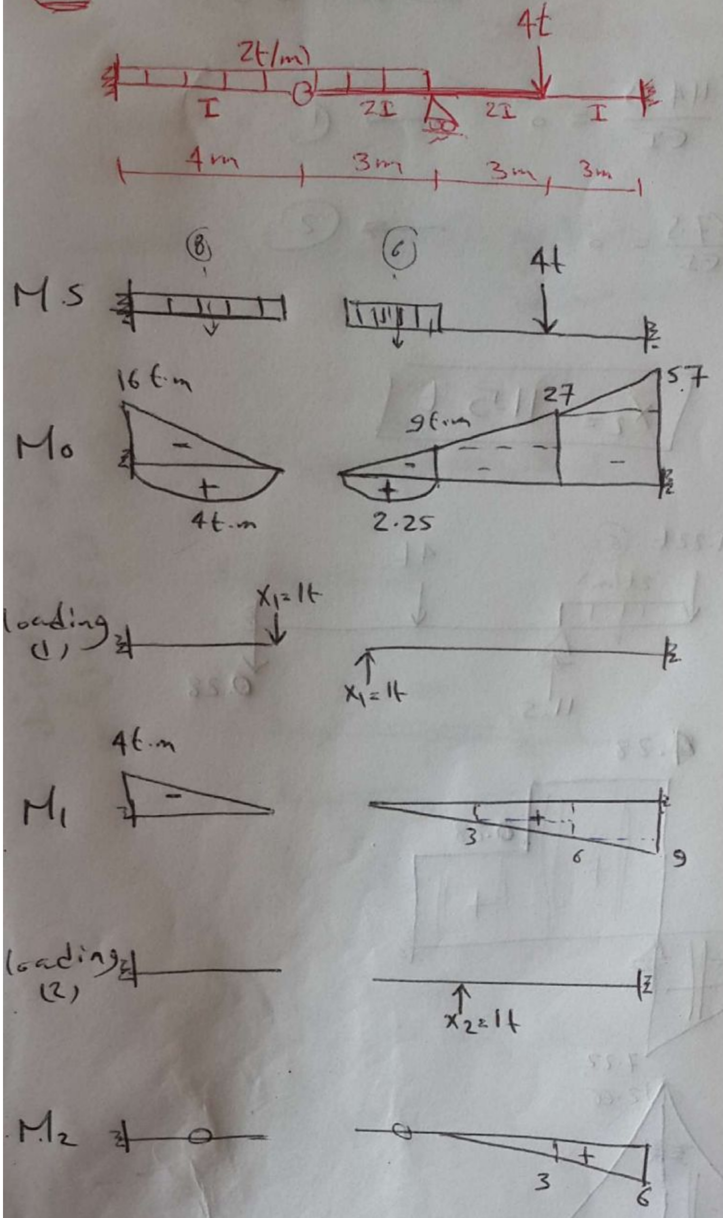
$$M_{a_F} = M_{0a} + X_1 M_{1a} + X_2 M_{2a}$$

$$= -16 + 10.05 \times 2 + 0 = +4.1\ t.m$$

وهكذا ......

Ex

Indet 3rd degree



δ_{10}

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI}\left[\tfrac{1}{2}*4*16*\tfrac{2}{3}*4 - \tfrac{2}{3}*4*4*2 - 27*3*7.5 - \tfrac{1}{2}*3*30*(6+\tfrac{2}{3}*3)\right]$$

$$+ \frac{1}{2EI}\left[-\tfrac{1}{2}*3*9*\tfrac{2}{3}*3 + \tfrac{2}{3}*2.25*3*1.5 - 9*3*4.5 - \tfrac{1}{2}*3*18*(3+\tfrac{2}{3}*3)\right]$$

$$= \frac{-1041.875}{EI}$$

δ_{11}

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI}\left[\tfrac{4}{3}(4)^2 + \tfrac{3}{3}(6^2+9^2+6*9)\right] + \frac{1}{2EI}\left[\tfrac{6}{3}(6^2)\right] = \frac{228.33}{EI}$$

$\delta_{12} = \delta_{21}$

$$\delta_{21} = \frac{1}{EI}\left[6*3*4.5 + \tfrac{1}{2}*3*3*(3+\tfrac{2}{3}*3)\right] + \frac{1}{2EI}\left[3*3*1.5 + \tfrac{1}{2}*3*3*\tfrac{2}{3}*3\right]$$

$$= \frac{114.75}{EI}$$

δ_{20}

$$\delta_{20} = \frac{1}{EI}\left[-27*3*4.5 - \tfrac{1}{2}*3*30*(3+\tfrac{2}{3}*3)\right] + \frac{1}{2EI}\left[-9*3*1.5 - \tfrac{1}{2}*3*18*\tfrac{2}{3}*3\right] = \frac{-636.75}{EI}$$

δ_{22}

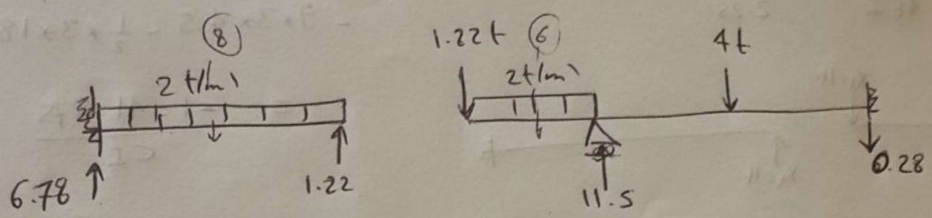
$$\delta_{22} = \frac{1}{EI}\left[\tfrac{3}{3}(3^2+6^2+3*6)\right] + \frac{1}{2EI}\left[\tfrac{3}{3}(3)^2\right] = \frac{67.5}{EI}$$

نطبق في المعادلات

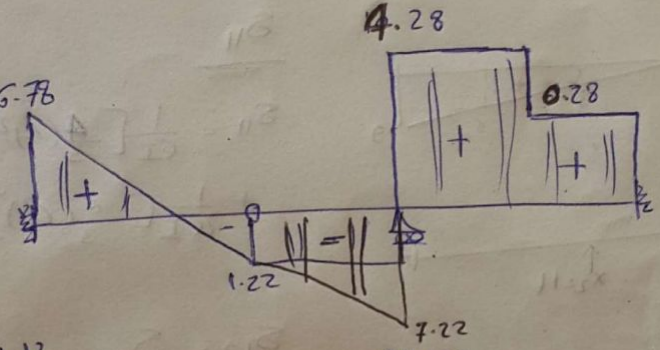
$$-\frac{1041.875}{\cancel{EI}} + X_1 * \frac{228.33}{\cancel{EI}} + X_2 * \frac{114.75}{\cancel{EI}} = 0 \longrightarrow (1)$$

$$-\frac{636.75}{\cancel{EI}} + X_1 * \frac{114.75}{\cancel{EI}} + X_2 * \frac{67.5}{\cancel{EI}} = 0 \longrightarrow (2)$$

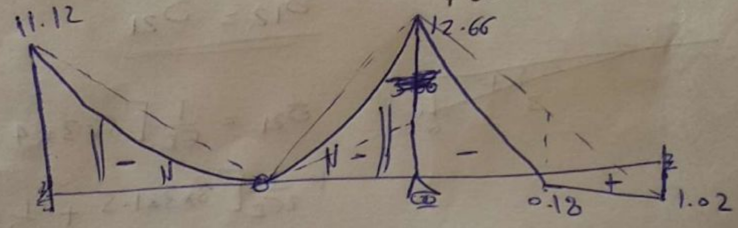
$\boxed{\therefore X_1 = -1.22\ t}$ $\boxed{X_2 = 11.5\ t}$



S.F.D



B.M.D



$M_{af} = -16 + (-1.22)(-4) + (11.5)*(0) = -11.12\ t.m$

$M_{bf} = -57 + (-1.22)(9) + (11.5)(6) = +1.02\ t.m$

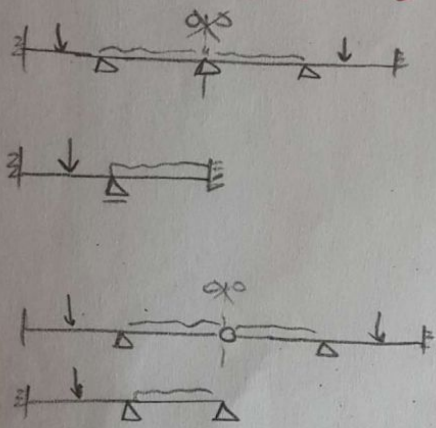
symetry and anti symetry

symetry

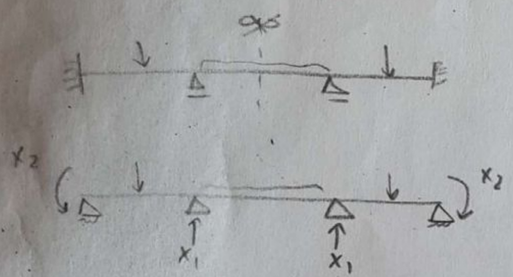
محور التماثل يمنع الحركة العمودية عليه وال rotation عند هذه النقطة

رسم ال B.M.D متماثل
ورسم ال S.F.D متعاكس

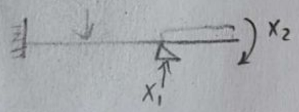
(1) محور التماثل يمر بالركيزة

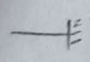


(2) محور التماثل يمر بمنتصف البحر

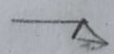


or

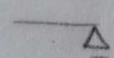




$\delta x = 0$
$\delta y = 0$
$\alpha = 0$



$\delta x = 0$
$\delta y = 0$
$\alpha = \checkmark$



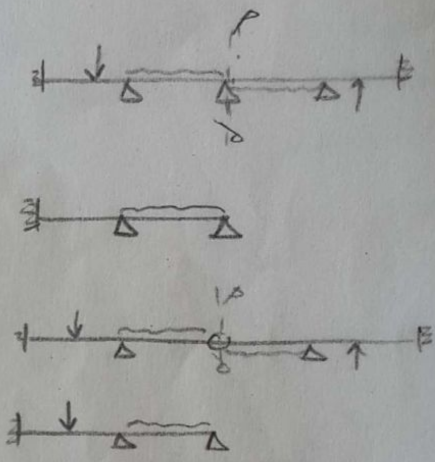
$\delta x = \checkmark$
$\delta y = 0$
$\alpha = \checkmark$

anti symetry

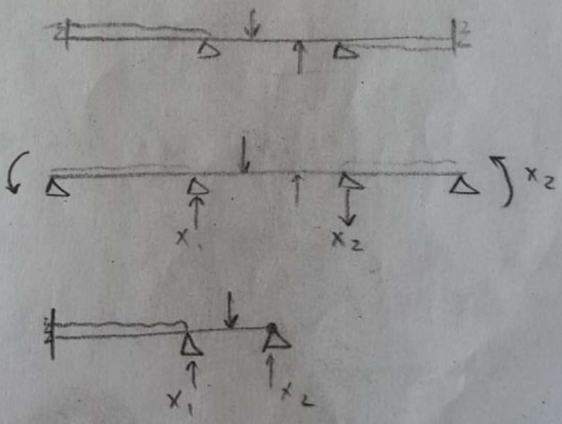
محور التماثل يمنع الحركة الافقية له وقيمة العزم عنده بصفر

رسم ال B.M.D متعاكس
ورسم ال S.F.D متماثل

(1) محور التماثل يمر بالركيزة



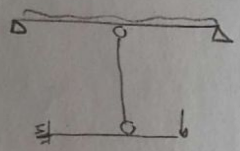
(2) محور التماثل يمر بمنتصف البحر



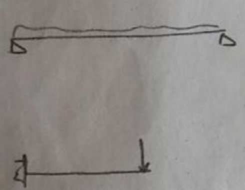
Link members

$\frac{EA}{L} = 0$

في هذه الحالة ولا كأنه موجود



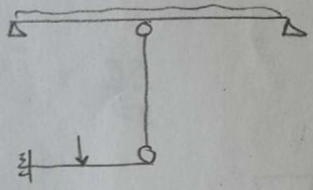
هنفك دي لوحدها ودي لوحدها

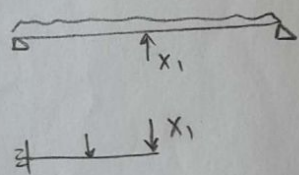


$\frac{EA}{L} = \infty$

(Rigid)

في هذه الحالة نشيل الـ link وأضع مكانه ركيزة Δ





وعند التعويض في المعادلة بعوض

$$\boxed{\delta_{10} + X_1 \delta_{11} = 0}$$

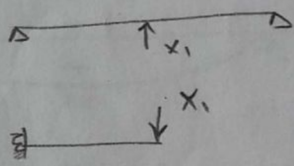
ونحل على الشكل كامل على بعضه

$\frac{EA}{L} = ✓$

flexable

في هذه الحالة فإن الـ link يحدث به انضغاط وبالتالي سوف يؤثر في المعادلة

* في حالة اختيار الـ M.S اني أشيل الـ link



تصبح المعادلة

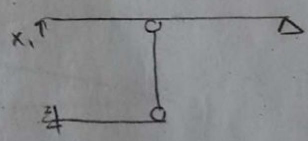
$$\boxed{\delta_{10} + X_1 \delta_{11} = \frac{X_1}{K}}$$

حيث

$$\delta_{10} = \int \frac{M_0 M_1}{EI} dx$$

$$\delta_{11} = \int \frac{M_1^2}{EI} dx$$

* في حالة اختيار M.S آخر غير اني أقطع الـ link



في هذه الحالة تصبح المعادلة

$$\boxed{\delta_{10} + X_1 \delta_{11} = 0}$$

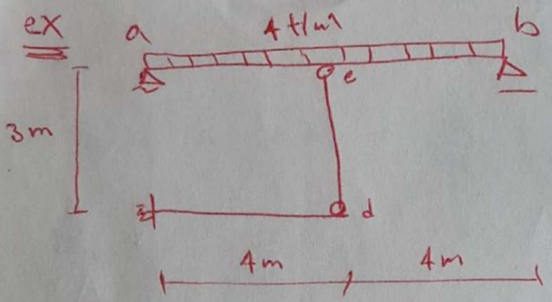
ولكن قيمة δ_{10} و δ_{11} يدخل فيها تأثير انضغاط الـ link

$$\delta_{10} = \int \frac{M_0 M_1}{EI} dx + \sum \frac{f_0 f_1 L}{EA} dx$$

$$\delta_{11} = \int \frac{M_1^2}{EI} dx + \frac{\sum f_1 f_1 L}{EA} dx$$

وهذا الكلام ينطبق ويسري اني link ما اخترتش الـ M.S اني أشيله حيث سوف يظهر بداخل axial force

ex

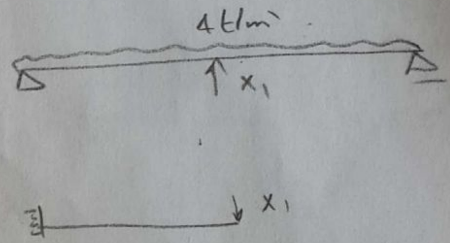


Case (I) Link ed is Rigid

Case (II) $EI = 3000\ t.m^2$

and $EA = 15000\ t$

* Case (I)



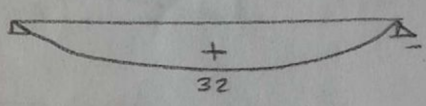
M.S

$$\delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0$$

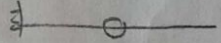
$$\delta_{10} = \frac{-1}{EI}\left[\boxed{2} * \frac{2}{3} * 32 * 4 * \frac{5}{8}\right] = \frac{-640}{3EI}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI}\left[\frac{4}{3}(2)^2 * \boxed{2} + \frac{4}{3} * (4)^2\right] = \frac{32}{EI}$$

$\boxed{M_o}$

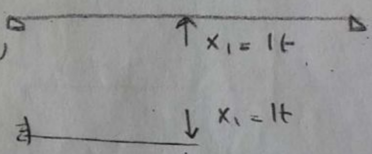


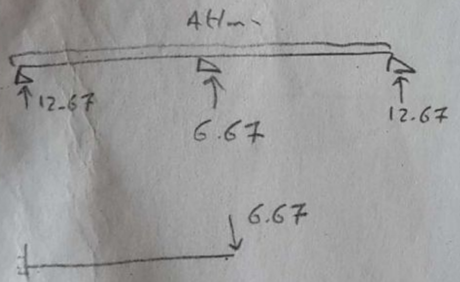
$$\therefore \frac{-640}{3\cancel{EI}} + X_1 * \frac{32}{\cancel{EI}} = 0$$



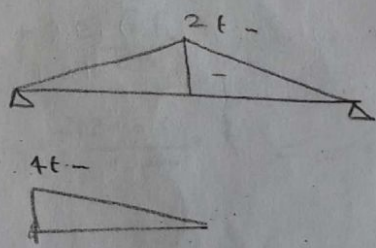
$$\therefore X_1 = 6.67\ t$$

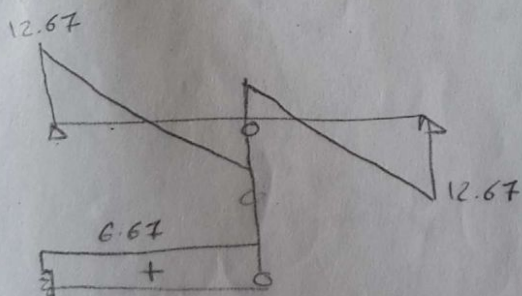
loading (1)



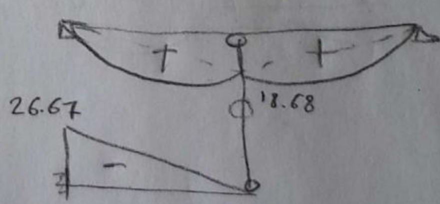


$\boxed{M_1}$





S.F.D

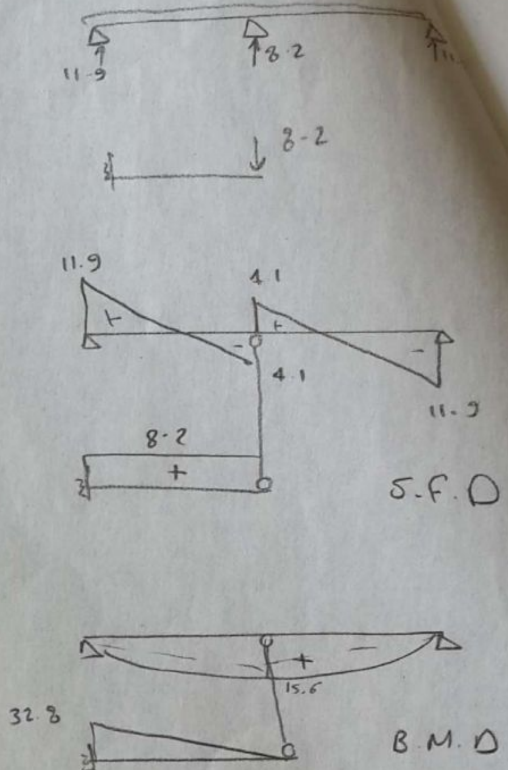


* Case (II)

$$\delta_{10} + \delta_{11} * X_1 = \frac{X_1}{K} = \frac{EA}{L}$$

$$\delta_{10} = -\frac{640}{3EI}$$

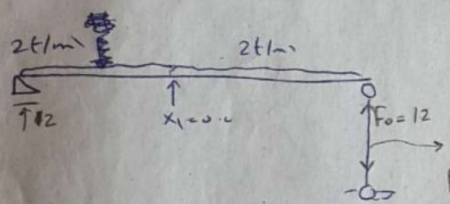
$$\delta_{11} = \frac{32}{EI}$$



$$\therefore \frac{-640}{3 * 30000} + X_1 * \frac{32}{30000} = \frac{X_1 * 3}{15000}$$

$$\boxed{\therefore X_1 = 8.2\ t}$$

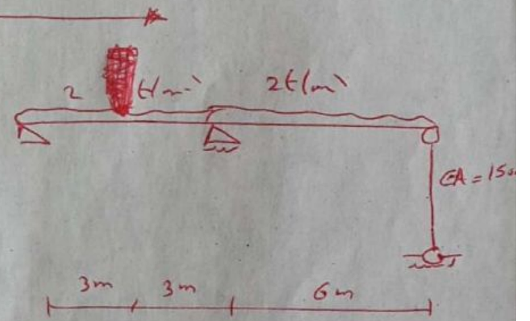
ex



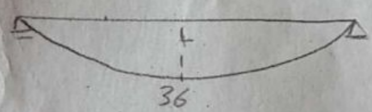
لو اعتبرنا M.S

مكان F_0 اعمل

دي القوة الـ link



M₀

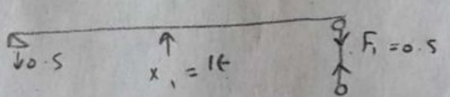


$$\boxed{\delta_{10} + X_1 \delta_{11} = 0}$$ وده المعادلة

$$\delta_{10} = \int \frac{M_0 M_1}{EI} dx + \Sigma \frac{F_0 F_1}{EA} \cdot L\ dx$$

$$\delta_{10} = [\ \checkmark\ ] + \frac{-12 * 0.5}{15000} * 2 = \checkmark$$

Loading (1)



$$\delta_{11} = [\checkmark] + \Sigma \frac{F_1 F_1}{EA} L\ dx$$

$$= [\checkmark] + \frac{0.5 * 0.5}{15000} * 2 = \checkmark$$

M₁