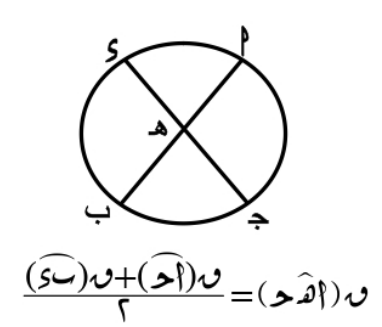
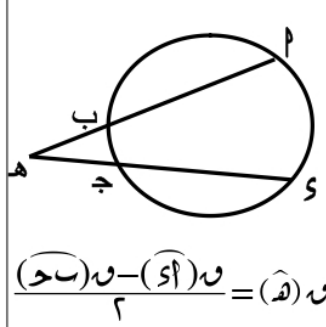
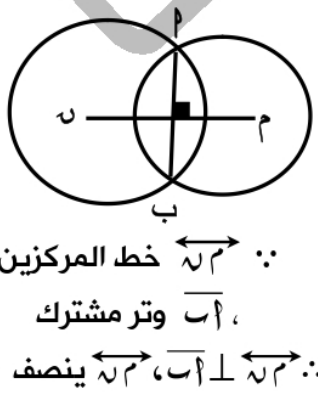
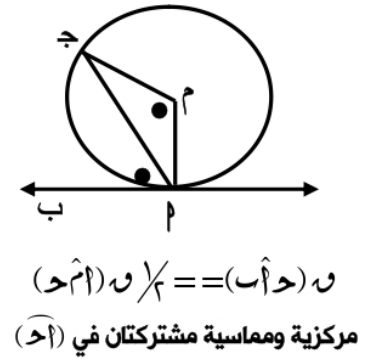
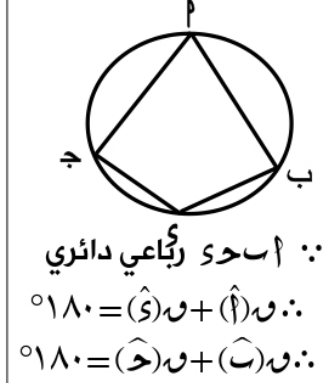
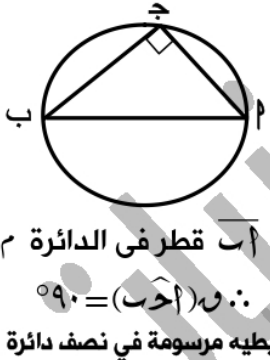
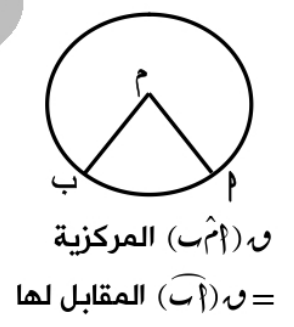
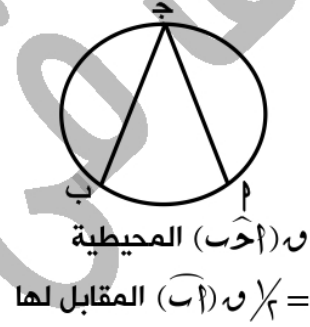
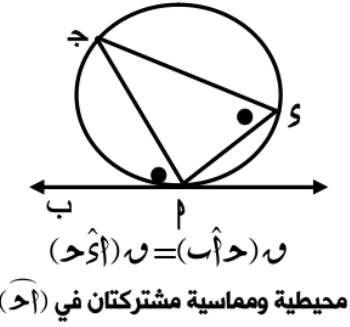
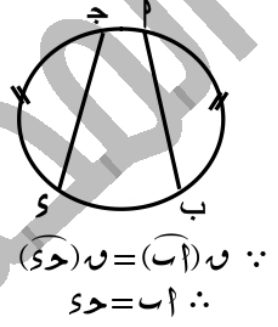
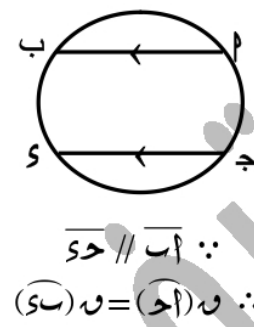
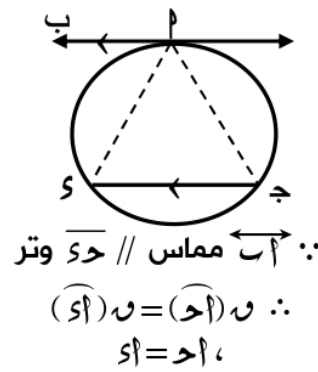
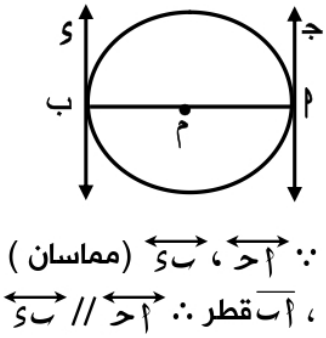
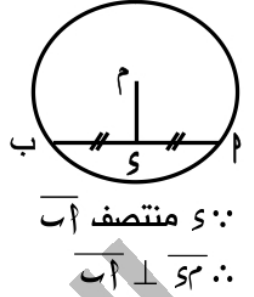
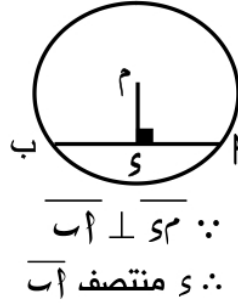
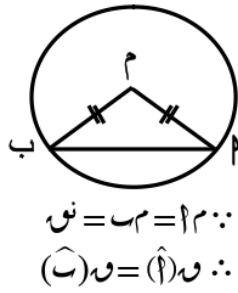
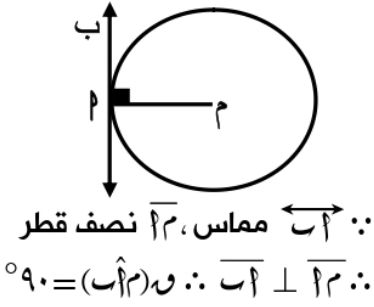
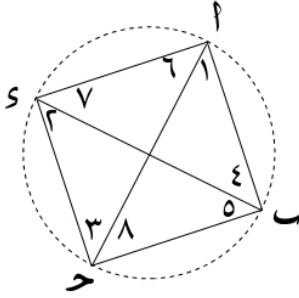
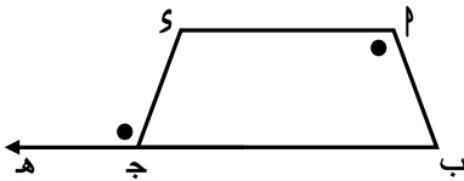


مفاتيح الهندسة للصف الثالث الإعدادي

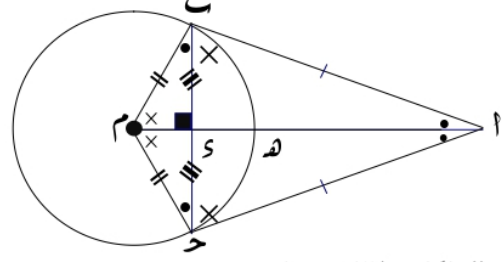




- ① $\angle 1 = \angle 2$ يكون رباعي دائري
- ② $\angle 3 = \angle 4$ يكون رباعي دائري
- ③ $\angle 5 = \angle 6$ يكون رباعي دائري
- ④ $\angle 7 = \angle 8$ يكون رباعي دائري



إذا كان : $\angle 1 = \angle 2$ الخارجية = $\angle 3$ الداخلية المقابلة
فإن الشكل : $\angle 5$ رباعي دائري



نظرية (٤) ونتائجها:

- ① $\angle 1 = \angle 2$
- ② $\angle 3 = \angle 4$ محور $\angle 5$ ويكون
- ③ الشكل $\angle 1 = \angle 2$ رباعي دائري لأن :
 $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$
- ④ طول $\angle 3 = \angle 4$ طول $\angle 5$
- ⑤ $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$
- ⑥ $\angle 1 = \angle 2$ ينصف $\angle 3$
- ⑦ $\angle 3 = \angle 4$ ينصف $\angle 5$
- ⑧ قوس الدائرة المحصور بين القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة قوس أصغر في الدائرة.

موضع مستقيم بالنسبة لدائرة

إذا كان $m = n$
فإن : \angle مماس للدائرة

إذا كان $m > n$
فإن : \angle قاطع للدائرة

إذا كان $m < n$
فإن : \angle خارج الدائرة

موضع دائرة بالنسبة لدائرة أخرى

إذا كان لدينا دائرتان لهما n_1, n_2 نجمع القطرين ثم نطرح القطرين

فإذا كان : n_2

أصغر من
طرحهما

متداخلتان

يساوي
طرحهما

متماستان من
الداخل

بين طرحهما
وجمعهما

متقاطعتان

يساوي
جمعهما

متماستان من
الخارج

أكبر من
جمعهما

متباعدتان

إذا كان $n_2 = 0$ صفر فإن الدائرتان تكونان متحدتان المركز

عدد الدوائر التي تمر بـ

ثلاث نقط ليست علي استقامة واحدة
(واحدة)

ثلاث نقط علي استقامة واحدة
(صفر)

- (١) المستطيل والمربع وشبه المنحرف المتساوي الساقين أشكال رباعية دائرية.
(٢) متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف غير متساوي الساقين ليست أشكالاً رباعية



بعض القوانين الهامة

$$\text{طول القوس} = \frac{\text{قياس القوس}}{360^\circ} \times 2\pi r$$

$$\text{قياس القوس} = \frac{\text{طول القوس}}{2\pi r} \times 360^\circ$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi r^2$$

$$\text{محيط الدائرة} = 2\pi r$$

$$\text{محيط المربع} = \text{طول الضلع} \times 4$$

$$\text{مساحة المربع} = \text{مربع طول ضلعه}$$

$$\text{محيط المستطيل} = (\text{الطول} + \text{العرض}) \times 2$$

$$\text{مساحة المستطيل} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$\text{مساحة متوازي الأضلاع} = \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المعين} = \text{طول الضلع} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المعين} = \frac{1}{2} \times \text{حاصل ضرب طولا قطريه}$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة شبه المنحرف} = \frac{1}{2} \times \text{مجموع القاعدتين المتوازيين} \times \text{الارتفاع}$$

٤

٢

١

١

٣

٢

- عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متباعدتين
عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرة من نقطة خارجها
عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرة من نقطة عليها
عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متماسكتين من الداخل
عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متماسكتين من الخارج
عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متقاطعتين
عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متداخلتين أو متحدتين المركز (صفر)

ملخص نظري الهندسة

- ١) نصف قطر الدائرة أى قطعة مستقيمة تصل بين المركز وأى نقطة على الدائرة وكلها متساوية وتساوى r .
- ٢) وتر الدائرة هو أى قطعة مستقيمة تصل بين نقطتين على الدائرة
- ٣) قطر الدائرة وتر يمر بالمركز أو أى قطعة مستقيمة تصل بين نقطتين على الدائرة وتمر بالمركز
- ٤) أى مستقيم يمر بمركز الدائرة هو محور تماثل لها وللدائرة عدد لا نهائى من محاور التماثل
- ٥) محيط الدائرة $= 2\pi r$ ، مساحة الدائرة $= \pi r^2$
- ٦) خط المركزين الدائرتين متماسيتين من الداخل أو الخارج يكون عمودياً على المماس المشترك عند نقطة التماس
- ٧) المستقيم المار بمركز الدائرة وبمنتصف أى وتر فيها يكون عمودياً على هذا الوتر
- ٨) خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً على الوتر المشترك وينصفه
- ٩) المماس لدائرة يكون عمودياً على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس
- ١٠) المستقيم العمودى على قطر الدائرة من إحدى نهايته يكون مماساً للدائرة
- ١١) المماسان لدائرة المرسومان من نهايتي قطر فيهما متوازيين
- ١٢) يوجد عدد لا نهائى من الدوائر التى تمر بنقطة واحدة
- ١٣) يوجد عدد لا نهائى من الدوائر التى تمر بنقطتين
- ١٤) لا يمكن رسم دائرة واحدة تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة
- ١٥) أصغر دائرة يمكن رسمها تمر بالنقطتين A ، B طولها يساوى نصف طول AB
- ١٦) يمكن رسم دائرة وحيدة تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة
- ١٧) الدائرة الخارجة للمثلث هى الدائرة التى تمر برؤوس المثلث من الخارج
- ١٨) مركز الدائرة الخارجة للمثلث هى نقطة تقاطع الأعمدة المقامة على أضلاعه من منتصفاتها
- ١٩) مركز الدائرة الخارجة للمثلث القائم الزاوية هو منتصف الوتر
- ٢٠) الأوتار المتساوية فى الطول فى دائرة تكون على أبعاد متساوية من مركزها
- ٢١) فى الدائرة الواحدة أو فى الدوائر المتطابقة إذا كانت الأوتار على أبعاد متساوية من المركز فإنها تكون متساوية فى الطول
- ٢٢) فى الدائرة الواحدة أو فى الدوائر المتطابقة الأقواس المتساوية فى القياس متساوية فى الطول والعكس صحيح
- ٢٣) فى الدائرة الواحدة أو فى الدوائر المتطابقة الأقواس المتساوية فى القياس أوتارها متساوية فى الطول والعكس صحيح
- ٢٤) الوتران المتوازيان فى الدائرة يحصران قوسين متساويين فى القياس
- ٢٥) القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه متساويان فى القياس
- ٢٦) قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس
- ٢٧) قياس الزاوية المركزية ضعف قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى القوس
- ٢٨) قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس القوس المقابل لها
- ٢٩) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة قائمة
- ٣٠) الزاوية المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة الواحدة متساوية فى القياس

٣٢) قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس القوس المقابل لها

٣٣) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة قائمة

٣٤) الزاوية المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة الواحدة متساوية فى القياس

٣٥) فى الدائرة الواحدة أو فى عدة دوائر الزوايا المحيطية المتساوية فى القياس تحصر بين ضلعيهما أقواساً متساوية فى القياس

٣٦) إذا تساوى قياسا زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها فإنه يمر برأسيهما دائرة واحدة تكون هذه القاعدة وترّاً فيها

٣٧) إذا كان الشكل الرباعى دائرياً فإن : كل زاويتان متقابلتان متكاملتان مجموعهم $= 180^\circ$

٣٨) المستطيل والمربع والشبه منحرف المتساوى الساقين اشكال رباعية دائرية

٣٩) متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف الغير متساوى الساقين رباعيه غير دائرية

٤٠) قياس الزاوية الخارجة عن أى رأس من رؤوس الشكل الرباعى الدائرى يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة

٤١) إذا وجدت زاويتان متقابلتان متكاملتان فى شكل رباعى كان هذا الشكل رباعى دائرى

٤٢) إذا وجدت زاوية خارجة عند رأس من رؤوس شكل رباعى قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة لهذا الرأس كان الشكل رباعياً دائرياً

٤٣) القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة متساويتان فى الطول

٤٤) يكون الشكل الرباعى دائرياً إذا تحققت أحد الشروط التالية :

⊙ إذا وجدت نقطة فى مستوى الشكل تكون على ابعاد متساوية من رؤوسه

⊙ إذا وجدت زاويتان متساويتان فى القياس ومرسومتان على ضلع من اضلاعه كقاعدة وفى جهة واحدة من هذا الضلع

⊙ إذا وجدت زاويتان متقابلتان فيه متكاملتان مجموع قياسهما $= 180^\circ$

⊙ إذا وجدت زاوية خارجة عند أى رأس من رؤوسه قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة له

٤٥) الدائرة الداخلة لمثلث هى الدائرة التى تمس اضلاعه من الداخل

٤٦) مركز الدائرة الداخلة لأى مثلث هو نقطة تقاطع منصفات زواياه

٤٧) الزاوية المماسية هى الزاوية المكونة من اتحاد شعاعين أحدهما مماس للدائرة والأخر يحتوى وتر الدائرة يمر بنقطة التماس

٤٨) قياس الزاوية المماسية يساوى نصف قياس القوس الموصول بين ضلعيهما

٤٩) قياس الزاوية المماسية يساوى قياس الزاوية المحيطية المرسومة على وتر التماس

٥٠) إذا رسم من احدى نقطتى النهاية لوتر فى دائرة بحيث كان قياس الزاوية المحصورة بين هذا الشعاع والوتر يساوى

قياس الزاوية المحيطية المرسومة على نفس الوتر من الجهة الأخرى فإن هذا الشعاع يكون مماساً للدائرة

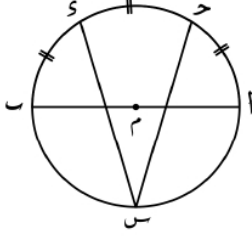
اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) م ، ن دائرتان متباعدتان طولاً نصفى قطريهما ٨ سم ، ٦ سم على الترتيب فإن : م ن ١٤ سم
① > ② < ③ = ④ ≤

٢) قياس الزاوية المحيطية يساوى قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى نفس القوس
① نصف ② ضعف ③ ربع ④ ثلث

٣) إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستان من الداخل طولاً نصفى قطريهما ٧ سم ، ٣ سم فإن : م ن
① ٣ ② ٤ ③ ٧ ④ ١٠

٤ في الشكل المقابل :



AB قطر في الدائرة م

$$\widehat{AC} = \widehat{BD} = \widehat{BC} = \widehat{AD}$$

فإن : $\widehat{C} = \widehat{D}$ =

① ١٥° ② ٣٠°

③ ٤٥° ④ ٦٠°

٥ في الشكل الرباعي الدائري ABCD إذا كان : $\widehat{A} = \widehat{C}$ فإن : $\widehat{B} = \widehat{D}$ =

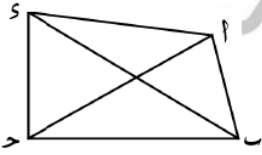
① ٢٠° ② ٣٠° ③ ٦٠° ④ ١٢٠°

٦ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموداً على

① القطر ② الوتر ③ الوتر المشترك ④ المماس

٧ الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة

① حادة ② مستقيمة ③ منفرجة ④ قائمة



٨ الشكل المقابل يكون رباعياً دائرياً إذا كان

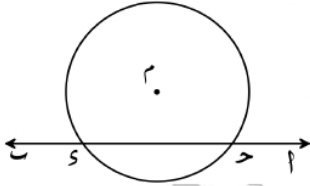
① $\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ$ ② $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

③ $\widehat{A} = \widehat{C}$ ④ $\widehat{B} = \widehat{D}$

٩ دائرتان م ، ن طولاً نصفى قطريهما ٨ سم ، ٦ سم إذا كان : م = ن = ١٤ سم فإن الدائرتين تكونان

① متقاطعتين ② متباعدتين ③ داخليتين ④ متماستين من الخارج

١٠ في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{AB} \cap \text{سطح الدائرة م} = \dots\dots\dots$

① {A, B} ② ح

③ ح ④ \overleftrightarrow{AB}

١١ قياس الزاوية المركزية التي تقابل قوساً طوله $\frac{1}{3}\pi$ ن.

① ٣٠° ② ٦٠° ③ ١٢٠° ④ ٢٤٠°

١٢ يمكن رسم دائرة تمر برؤوس

① معين ② مستطيل ③ شبه منحرف ④ متوازي أضلاع

١٣ دائرة طول قطرها ١٠ سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة ٥ سم فإن المستقيم ل يكون

① مماساً للدائرة ② قاطعاً للدائرة ③ خارج الدائرة ④ قطعاً في الدائرة

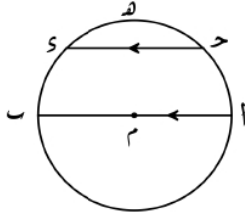
١٤ عدد المماسات المشتركة للدائرتين المتماسيتين من الخارج هو

① صفر ② ١ ③ ٢ ④ ٣

١٥ عدد محاور التماثل لأي دائرة هو

① صفر ② ١ ③ ٢ ④ عدد لا نهائي

١٦ في الشكل المقابل :



إذا كان \overline{AB} قطر في الدائرة م

، $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ، $\widehat{C} = 80^\circ$ فإن : $\widehat{A} = \dots\dots\dots$

- ① 40° ② 50°
③ 80° ④ 100°

١٧ إذا كان : م ، ن دائرتان متقاطعتان في نقطتين وكان طولاً نصفى قطريهما ٥ سم ، ٢ سم على الترتيب

فإن : م ن \supseteq

- ① $[7, 3]$ ② $[7, 3[$ ③ $]7, 3[$ ④ $]7, 3]$

١٨ محور تماثل الدائرة هو

- ① القطر ② الوتر ③ المستقيم المار بالمركز ④ المماس

١٩ قياس القوس الذى يمثل ربع قياس الدائرة يساوى

- ① 60° ② 90° ③ 120° ④ 240°

٢٠ المماسان المرسومان من نهايتى قطر فى دائرة يكونان

- ① متعامدين ② متوازيين ③ متقاطعتين ④ منطبقين

٢١ وتر طوله ٨ سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ١٠ سم فإنه يبعد عن المركز سم

- ① ٢ ② ٤ ③ ٣ ④ ٦

٢٢ مركز الدائرة الداخلة للمثلث هو نقطة تقاطع

- ① متوسطاته ② ارتفاعاته ③ محاور تماثل أضلاعه ④ منصفات زواياه الداخلة

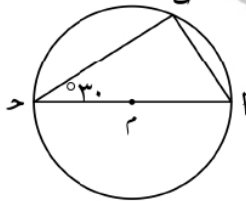
٢٣ قياس الزاوية المركزية المرسومة فى ثلث دائرة يساوى

- ① 240° ② 120° ③ 60° ④ 30°

٢٤ م ، ن دائرتان متماستان من الداخل طولاً نصفى قطريهما ٧ سم ، ١٠ سم فإن : م ن = سم

- ① ٣ ② ١٧ ③ ٧ ④ ١٠

٢٥ في الشكل المقابل :

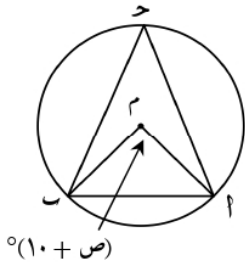


أح قطر في الدائرة م

، $\widehat{C} = 30^\circ$ فإن : $\widehat{A} = \dots\dots\dots$

- ① 120° ② 60°
③ 90° ④ 40°

٢٦ في الشكل المقابل :

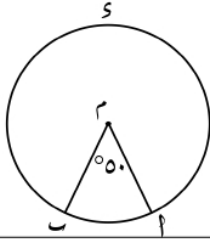


دائرة مركزها م إذا كان : $\widehat{C} = 40^\circ$

، $\widehat{A} = (10 + v)^\circ$ فإن : $\widehat{B} = \dots\dots\dots$

- ① 70° ② 80°
③ 100° ④ 180°

٢٧) في الشكل المقابل :



و $(\hat{A}) = 50^\circ$ فإن : و $(\hat{B}) = \dots\dots\dots$

- ١) 50° ٢) 100°
٣) 310° ٤) 350°

٢٨) الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين

- ١) وترين ٢) مماسين ٣) وتر ومماس ٤) وتر وقطر

٢٩) دائرة طول محيطها 6π سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها ه سم فإن المستقيم ل يكون

- ١) مماساً للدائرة ٢) قاطعاً للدائرة ٣) خارج الدائرة ٤) قطعاً في الدائرة

٣٠) ا ب ح د رباعي دائري فيه : و $(\hat{A}) = 3^\circ$ و (\hat{C}) فإن : و $(\hat{D}) = \dots\dots\dots$

- ١) 90° ٢) 45° ٣) 135° ٤) 120°

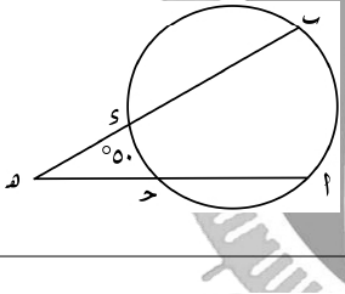
٣١) إذا كان طولان نصفى قطرى الدائرتين م ، ن هما ٦ سم ، ٣ سم وكان م ن = ٢ سم فإن : م ، ن

- ١) متقاطعتان ٢) متداخلتان ٣) متباعدتان ٤) متماستان من الخارج

٣٢) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدثى المركز يساوى

- ١) ٣ ٢) ١ ٣) ٢ ٤) صفر

٣٣) في الشكل المقابل :

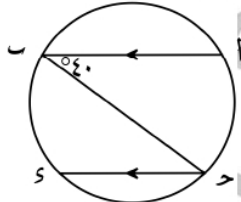


و $(\hat{A}) = 50^\circ$ ، و $(\hat{C}) = 140^\circ$

فإن : و $(\hat{B}) = \dots\dots\dots$

- ١) 45° ٢) 40° ٣) 55° ٤) 95°

٣٤) في الشكل المقابل :



و $(\hat{A}) = 40^\circ$ ، و $\overline{AC} \parallel \overline{BC}$

فإن : و $(\hat{C}) = \dots\dots\dots$

- ١) 20° ٢) 40° ٣) 80° ٤) 160°

٣٥) قياس الزاوية المركزية = قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى نفس القوس

- ١) $\frac{1}{2}$ ٢) $\frac{1}{4}$ ٣) $\frac{1}{6}$ ٤) ١

٣٦) مجموعة نقط الدائرة ن \cap مجموعة النقط داخل الدائرة ن =

- ١) الدائرة ن ٢) سطح الدائرة ن ٣) محيط الدائرة ن ٤) \emptyset

٣٧) دائرتان م ، ن متماستان من الداخل نصفى قطريى الدائرتين ه سم ، ن سم ، ن < ٥ ، م ن = ٣ سم

فإن : ن = سم

- ١) ٦ ٢) ٨ ٣) ٧ ٤) ٩

٣٨) عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة يساوى

- ١) صفر ٢) واحد ٣) ثلاث ٤) عدد لا نهائى

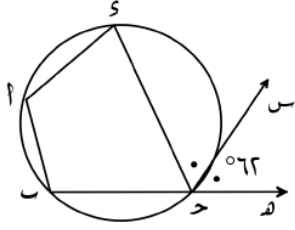
٢٩ أطول الاوتار في الدائرة يسمى

٥ نصف قطر

٣ قاطع

٦ مماس

١ قطر



٤٠ في الشكل المقابل :

إذا كانت : $\widehat{H} \supset \widehat{C}$ ، $\widehat{S} \widehat{C}$ ينصف (\widehat{H})

، \widehat{H} ($\widehat{S} \widehat{H}$) $= 62^\circ$ فإن : $\widehat{H} (\widehat{P}) = \dots\dots\dots$

٦ ١١٨

١ ٦٢

٥ ١٢٤

٣ ٥٦

٤١ النسبة بين قياس الزاوية المحيطية وقياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس =

٥ ٣ : ١

٣ ١ : ١

٦ ١ : ٢

١ ٢ : ١

٤٢ دائرة طول نصف قطرها ($٢ + ٦$) سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة ($٢ + ٢$) سم

حيث $٠ < \widehat{S}$ فإن المستقيم ل يكون

٥ ماراً بمركز الدائرة

٣ قاطعاً للدائرة

٦ مماساً للدائرة

١ خارج الدائرة

٤٣ إذا كان : $\widehat{S} \widehat{P} \cap$ الدائرة $= \{ \widehat{S} , \widehat{P} \}$ فإن : $\widehat{S} \widehat{P} \cap$ سطح الدائرة $= \dots\dots\dots$

٥ $\widehat{S} \widehat{P}$

٣ $\widehat{S} \widehat{P}$

٦ $\widehat{S} \widehat{P}$

١ $\{ \widehat{S} , \widehat{P} \}$

٤٤ الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أصغر في الدائرة تكون

٥ حادة

٣ منفرجة

٦ قائمة

١ منعكسة

٤٥ في الشكل المقابل :



م دائرة فإذا كان : $\widehat{H} - \widehat{P} = 50^\circ$

فإن : $\widehat{H} (\widehat{P}) = \dots\dots\dots$

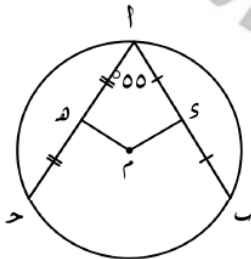
٦ ٥٠

١ ٤٠

٥ ١٣٠

٣ ١٠٠

٤٦ في الشكل المقابل :



$\widehat{A} \parallel \widehat{C}$ ، $\widehat{S} = \widehat{P}$

، $\widehat{H} (\widehat{P}) = 90^\circ$

فإن : $\widehat{H} (\widehat{P}) = \dots\dots\dots$

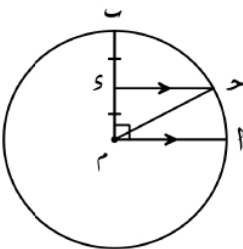
٦ ٦٠

١ ٤٥

٥ ٩٠

٣ ٣٠

٤٧ في الشكل المقابل :



و منتصف $\widehat{A} \widehat{B}$ ، \widehat{H} منتصف $\widehat{A} \widehat{C}$

، $\widehat{H} (\widehat{P}) = 55^\circ$ فإن : $\widehat{H} (\widehat{S} \widehat{H}) = \dots\dots\dots$

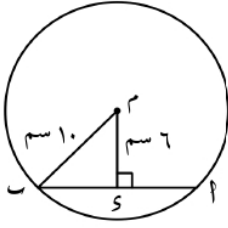
٦ ١٣٠

١ ١٢٠

٥ ١٢٥

٣ ١٣٥

٤٨ في الشكل المقابل :



إذا كان : $OC = 6$ سم ، $OA = 10$ سم فإن : $AB = \dots$ سم

١٦ (أ)

١٠ (ب)

٤ (ج)

٧ (د)

٤٩ دائرة طول قطرها ١٠ سم فإذا كان المستقيم l قاطعاً للدائرة فإنه يبعد عن مركزها سم

٤ (أ)

٧ (ب)

٦ (ج)

١٠ (د)

٥٠ دائرة m طول قطرها ١٠ سم فإذا كان المستقيم l خارج الدائرة m فإن البعد بين المركز m والمستقيم l $\supseteq \dots$

$] \infty, 5 [$ (أ)

$[5, 0 [$ (ب)

$] 5, 0 [$ (ج)

$\{ 5, 0 \}$ (د)

٥١ إذا كان طول نصف قطر الدائرة m = طول نصف قطر الدائرة n فإن الدائرتين

متقاطعتان (أ)

متطابقتان (ب)

متباعدتان (ج)

متداخلتان (د)

٥٢ إذا كان المستقيم l \cap الدائرة m $\neq \emptyset$ فإن المستقيم l يكون

قاطعاً للدائرة (أ)

خارج الدائرة (ب)

خارج الدائرة (ج)

محور تماثل للدائرة (د)

٥٣ دائرتان طولاً نصفى قطريهما ٥ سم ، ٨ سم تكونان متماسكتين إذا كان البعد بين مركزيهما $\supseteq \dots$

$] 13, 3 [$ (أ)

$[13, 3 [$ (ب)

$[13, 3]$ (ج)

$\{ 13, 3 \}$ (د)

٥٤ عدد الدوائر التي يمكن رسمها تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة هو

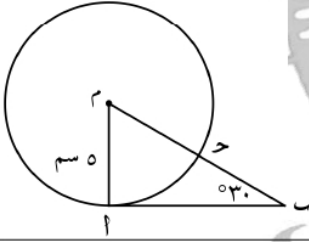
لا يوجد (أ)

عدد لا نهائى (ب)

٢ (ج)

١ (د)

٥٥ في الشكل المقابل :



AB مماسه ، $OC = 5$ سم ، $\angle AOC = 30^\circ$ فإن : طول $AC = \dots$ سم

٧ (أ)

٥ (ب)

١٠ (ج)

٨ (د)

٥٦ دائرتان m ، n طولاً نصفى قطريهما ٩ سم ، ٤ سم ، $m = 16$ سم فإن الدائرتين تكونان

متماستين من الخارج (أ)

متماستين من الداخل (ب)

متباعدتين (ج)

متقاطعتين (د)

٥٧ AB ، CD وتران متساويان فى الطول فى دائرة m ، S ، T منتصفا AB ، CD على الترتيب ، $ST = 3$ سم

فإن : $ST = \dots$ سم

٣ (أ)

٤ (ب)

٦ (ج)

$\frac{3}{2}$ (د)

٥٨ إذا كان سطح الدائرة m \cap سطح الدائرة n $= \{ \emptyset \}$ فإن الدائرتين m ، n

متباعدتان (أ)

متحدتا المركز (ب)

متقاطعتان (ج)

متماستان من الخارج (د)

٥٩ لا يمكن رسم دائرة تمر بروؤس

المستطيل (أ)

المعين (ب)

المربع (ج)

المثلث (د)

٦٠ عدد محاور تماثل نصف دائرة عدد محاور تماثل مثلث متساوى الساقين

$<$ (أ)

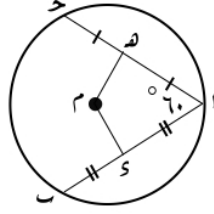
$=$ (ب)

$>$ (ج)

\leq (د)

١) في الشكل المقابل :

و $(\hat{P}) = 60^\circ$ ، ه منتصف $\overline{أح}$
 ، و منتصف $\overline{أب}$
 أوجد : و (\hat{S}) هـ



البرهان

\therefore ه منتصف $\overline{أب} \therefore \overline{م س} \perp \overline{أب} \therefore \text{و} (\hat{م س أ}) = 90^\circ$
 \therefore ه منتصف $\overline{أح} \therefore \overline{م ه} \perp \overline{أح} \therefore \text{و} (\hat{م ه أ}) = 90^\circ$
 \therefore مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي $= 360^\circ$
 $\therefore \text{و} (\hat{س ه أ}) = 360^\circ - (90^\circ + 60^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$

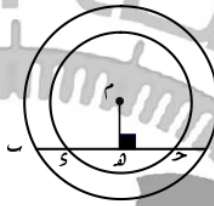
٢) في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز (م)

، $\overline{أب}$ وتر في الدائرة الكبرى

، يقطع الدائرة الصغرى في ح ، و

، $\overline{م ه} \perp \overline{أب}$ أثبت أن : $\overline{أح} = \overline{ب ح}$



البرهان

في الدائرة الكبرى : $\overline{م ه} \perp \overline{أب} \therefore \text{ه منتصف } \overline{أب}$
 $\therefore \overline{أ ه} = \overline{ب ه} \quad \text{①}$
 في الدائرة الصغرى : $\overline{م ه} \perp \overline{ح و} \therefore \text{ه منتصف } \overline{ح و}$
 $\therefore \overline{ح ه} = \overline{و ه} \quad \text{②}$
 بطرح ② من ① : $\overline{أ ه} - \overline{ح ه} = \overline{ب ه} - \overline{و ه}$
 $\therefore \overline{أ ح} = \overline{ب و}$

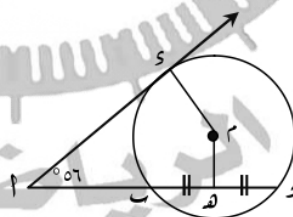
٣) في الشكل المقابل :

$\overline{أ س}$ مماس للدائرة م

، $\overline{أ ح}$ يقطع الدائرة م

في ب ، و

، و $(\hat{P}) = 56^\circ$ أوجد : و (\hat{S}) هـ



البرهان

$\therefore \overline{أ س}$ مماس للدائرة م عند س ، $\overline{م س} \perp \overline{أ س}$ (ن) ،
 $\therefore \overline{م س} \perp \overline{أ س} \therefore \text{و} (\hat{م س أ}) = 90^\circ$
 \therefore ه منتصف $\overline{أ ح}$
 $\therefore \overline{م ه} \perp \overline{أ ح} \therefore \text{و} (\hat{م ه أ}) = 90^\circ$
 \therefore مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي $= 360^\circ$
 $\therefore \text{و} (\hat{س ه أ}) = 360^\circ - (90^\circ + 56^\circ + 90^\circ) = 124^\circ$
 $= 124^\circ - 360^\circ = -236^\circ$

٤) في الشكل المقابل :

م ، ه دائرتان طولاً نصفى قطريهما

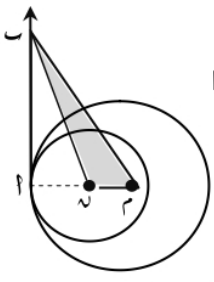
١٠ سم ، ٦ سم على الترتيب

ومتماستان من الداخل في أ

، $\overline{أ ب}$ مماس مشترك لهما عند أ

إذا كانت مساحة سطح : $\Delta م ب ه = 24 \text{ سم}^2$

فأوجد : طول $\overline{أ ب}$ ؟



البرهان

$\therefore \overline{أ ب}$ مماس للدائرة م $\therefore \overline{أ م} \perp \overline{أ ب}$

\therefore الدائرتان م ، ه متماستان من الداخل

$\therefore \text{و} 10 - 6 = 4 \text{ سم}$

\therefore مساحة $\Delta م ب ه = \frac{1}{2} \times 10 \times 4 = 20$

$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times \overline{أ ب} = 24$

$\therefore \overline{أ ب} = 12 \text{ سم}$

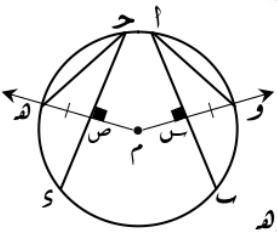
٥) في الشكل المقابل :

$\overline{م و} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{م ه} \perp \overline{ح و}$

، $\overline{و س} = \overline{ه س}$

أثبت أن :

(١) $\overline{أ ب} = \overline{ح و}$ (٢) $\overline{أ و} = \overline{ح ه}$



البرهان

$\therefore \text{و} م و = م ه = م و \quad \text{①}$

، $\therefore \text{و} س و = س ه \quad \text{②}$

بطرح ② من ① : $\overline{م و} - \overline{س و} = \overline{م ه} - \overline{س ه}$

، $\therefore \overline{م س} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{م س} \perp \overline{ح و}$

$\therefore \overline{أ ب} = \overline{ح و}$ (أولاً)

، $\therefore \overline{م س} \perp \overline{أ ب}$ ، $\therefore \text{س منتصف } \overline{أ ب}$

$\therefore \overline{أ س} = \overline{ب س}$

$\therefore \overline{م س} \perp \overline{ح و}$ ، $\therefore \text{س منتصف } \overline{ح و}$

$\therefore \overline{ح س} = \overline{و س}$

، $\therefore \overline{أ ب} = \overline{ح و}$ ، $\therefore \overline{أ س} = \overline{ب س}$

$\therefore \Delta أ س و \equiv \Delta ب س و$ ، $\therefore \overline{أ و} = \overline{ب و}$

① $\overline{أ س} = \overline{ب س}$

② $\overline{س و} = \overline{و س}$

③ $\text{و} (\hat{أ س و}) = \text{و} (\hat{ب س و}) = 90^\circ$

$\therefore \Delta أ س و \equiv \Delta ب س و$ وينتج أن : $\overline{أ و} = \overline{ب و}$

في الدائرة هـ

$\therefore \overline{نص} \perp \overline{اب} ، \overline{نص} \perp \overline{هو} ، نص = نى = نص$

$\therefore هو = اب \leftarrow ①$

من ① ، ① $\therefore حو = هو$

⑪ في الشكل المقابل :

$\overline{اب} ، \overline{ا ح} و \overline{تران} في الدائرة م$

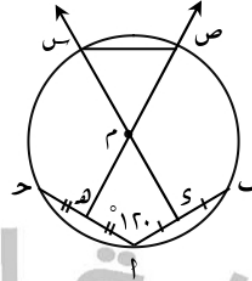
، $س ، هـ$ منتصف $\overline{اب} ، \overline{ا ح}$

رسم $س م$ ، $هـ م$ فقطعا الدائرة

في $س ، ص$ على الترتيب

و $(س ا ح) = ١٢٠^\circ$

اثبت أن : $\Delta س ص م$ متساوي الأضلاع



البرهان

\therefore و منتصف $\overline{اب} \therefore س م \perp \overline{اب} \therefore (س ا م) = ٩٠^\circ$

$\therefore هـ$ منتصف $\overline{ا ح} \therefore م هـ \perp \overline{ا ح} \therefore (ا هـ م) = ٩٠^\circ$

\therefore مجموع قياسات الشكل الرباعي الداخلة $= ٣٦٠^\circ$

$\therefore (س هـ م) = ٣٦٠^\circ - (٩٠^\circ + ٩٠^\circ + ١٢٠^\circ) = ٦٠^\circ$

$\therefore س م ، هـ م$ متقاطعين في م

$\therefore (س هـ م) = (ص م س) = ٦٠^\circ$ بالتقابل بالرأس

، $\therefore م س ، م ص$ "انصاف اقطار"

$\therefore \Delta س ص م$ متساوي الأضلاع

⑫ في الشكل المقابل :

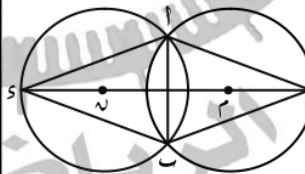
م ، هـ دائرتان متقاطعتان في ا ، ب

نقطة ح تقع على الدائرة م

نقطة و تقع على الدائرة هـ

و $\overrightarrow{م ن} \supset \overrightarrow{ن و} ، و \overrightarrow{م ن} \supset \overrightarrow{ن و}$

اثبت أن : و $(و ا س) = و (و ح س)$



البرهان

$\therefore \overrightarrow{م ن}$ خط المركزين ، $\overline{اب}$ وتر مشترك

$\therefore \overrightarrow{م ن}$ محور تماثل $\overline{اب} \therefore ا ح = ب ح ، س ا = س ب$

في $\Delta ا ح و ، ب ح و$

① $ا ح = ب ح$

② $س ا = س ب$

③ $و ح$ ضلع مشترك $\therefore \Delta ا ح و \equiv \Delta ب ح و$

وينتج من التطابق أن : و $(و ا س) = و (و ح س)$

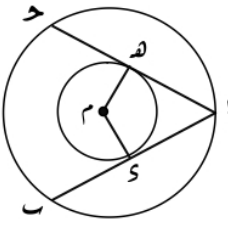
⑬ في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز م

$\overline{اب} ، \overline{ا ح}$ قطعتان مماستان

للدائرة الصغرى

اثبت أن : $اب = ا ح$



البرهان

$\therefore \overline{ا ح}$ مماس للدائرة م عند هـ ، $م هـ$ نصف قطر

$\therefore م هـ \perp \overline{ا ح}$

$\therefore \overline{اب}$ مماس للدائرة م عند س ، $م س$ نصف قطر

$\therefore م س \perp \overline{اب}$

، $\therefore م هـ = م س \therefore اب = ا ح$

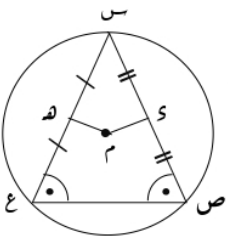
⑭ في الشكل المقابل :

م دائرة و $(س ص ع) = و (س ع ص)$

، و منتصف $\overline{س ص}$

، هـ منتصف $\overline{س ع}$

اثبت أن : $س م = هـ م$



البرهان

في $\Delta س ص ع$ و $(س ص ع) = و (س ع ص)$

$\therefore س ص = س ع$

$\therefore و$ منتصف $\overline{س ص} \therefore م س \perp \overline{س ص}$

$\therefore هـ$ منتصف $\overline{س ع} \therefore م هـ \perp \overline{س ع}$

$\therefore س م = هـ م$

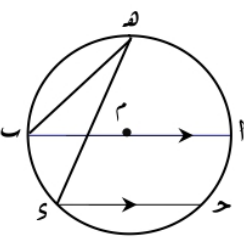
⑮ في الشكل المقابل :

$\overline{اب}$ قطر في الدائرة م

، $\overline{اب} \parallel \overline{و س}$

، و $(و س) = ٨٠^\circ$

أوجد : و $(هـ)$



البرهان

$\therefore \overline{اب}$ قطر في الدائرة م

$\therefore و (ا ح ب) = ١٨٠^\circ ، و (و س) = ٨٠^\circ$

$\therefore و (ا ح) + و (س) = ١٨٠^\circ - ٨٠^\circ = ١٠٠^\circ$

$\therefore \overline{اب} \parallel \overline{و س} \therefore و (ا ح) = و (س) = \frac{1}{2} \times ١٠٠ = ٥٠^\circ$

، $\therefore (هـ)$ محيطية مقابلة لـ $(س)$

$\therefore و (هـ) = \frac{1}{2} \times و (س) = \frac{1}{2} \times ٥٠ = ٢٥^\circ$



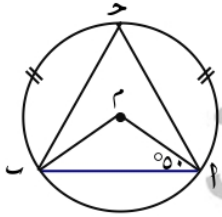
١٩ في الشكل المقابل :

صع \cap سل = {هـ}
 هـس = هـص ،
 أثبت أن : هـع = هـل

البرهان

- (١) \therefore هـس = هـص \therefore ق(ص) = ق(س)
 (٢) \therefore ق(ص) = ق(ل) محيطتان مشتركتان في (س ع)
 (٣) \therefore ق(س) = ق(ع) محيطتان مشتركتان في (ص ل)
 من (١) ، (٢) ، (٣)

$$\therefore \text{ق(ل)} = \text{ق(ع)} \therefore \text{هـل} = \text{هـع}$$

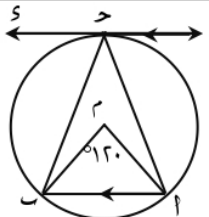


٢٠ في الشكل المقابل :

ق(م أ ب) = 50°
 ق(ب ح) = ق(أ ح) ،
 أوجد : ق(ح أ م)

البرهان

$$\begin{aligned} \therefore \text{ق(م أ ب)} &= \text{ق(ب ح)} = \text{ق(أ ح)} \\ \therefore \text{ق(م أ ب)} &= \text{ق(ب ح)} = \text{ق(أ ح)} \\ \therefore \text{ق(م أ ب)} &= \text{ق(ب ح)} = \text{ق(أ ح)} \\ \therefore \text{ق(م أ ب)} &= \text{ق(ب ح)} = \text{ق(أ ح)} \\ \therefore \text{ق(م أ ب)} &= \text{ق(ب ح)} = \text{ق(أ ح)} \\ \therefore \text{ق(م أ ب)} &= \text{ق(ب ح)} = \text{ق(أ ح)} \end{aligned}$$

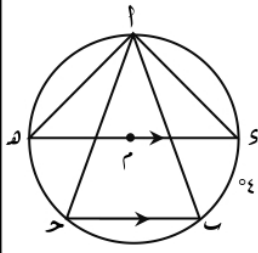


٢١ في الشكل المقابل :

حـ مماس للدائرة عند حـ
 حـ // أ ب ، ق(م أ ب) = 120°
 أثبت أن : Δ ح أ ب متساوي الأضلاع

البرهان

$$\begin{aligned} \therefore \text{ق(أ ح ب)} &= \text{ق(م أ ب)} = \text{ق(أ ح ب)} \\ \therefore \text{ق(أ ح ب)} &= \text{ق(م أ ب)} = \text{ق(أ ح ب)} \\ \therefore \text{ق(أ ح ب)} &= \text{ق(م أ ب)} = \text{ق(أ ح ب)} \\ \therefore \text{ق(أ ح ب)} &= \text{ق(م أ ب)} = \text{ق(أ ح ب)} \\ \therefore \text{ق(أ ح ب)} &= \text{ق(م أ ب)} = \text{ق(أ ح ب)} \\ \therefore \text{ق(أ ح ب)} &= \text{ق(م أ ب)} = \text{ق(أ ح ب)} \end{aligned}$$



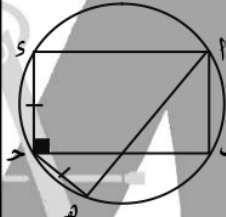
١٦ في الشكل المقابل :

دـ قطر في دائرة مركزها م
 دـ // س ح ، ق(ب س) = 40°
 أوجد : ١) ق(د أ هـ)
 ٢) ق(ح أ س)

البرهان

$$\begin{aligned} \therefore \text{دـ قطر في الدائرة م} \\ \therefore \text{ق(د أ هـ)} &= 90^\circ \text{ "محيطية مرسومة في نصف دائرة"} \\ \therefore \text{دـ} // \text{س ح} \therefore \text{ق(ب س)} &= \text{ق(ح د هـ)} = 40^\circ \\ \therefore \text{ق(د ب هـ)} &= 180^\circ \\ \therefore \text{ق(ب ح د)} &= 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ \\ \therefore \text{ق(د ب ح)} &= 180^\circ - 40^\circ + 100^\circ = 140^\circ \\ \therefore \text{ق(د أ ح)} &= \text{ق(ب ح د)} = 140^\circ \\ \therefore \text{ق(د أ ح)} &= \text{ق(ب ح د)} = 140^\circ \end{aligned}$$

١٧ في الشكل المقابل :

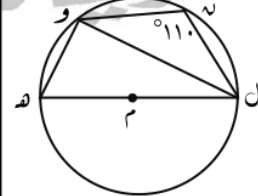


أ ب حـ مستطيل مرسوم داخل دائرة
 رسم الوتر حـ دـ بحيث حـ دـ = حـ دـ
 أثبت أن : أ هـ = ب حـ

البرهان

$$\begin{aligned} \therefore \text{حـ دـ} &= \text{حـ دـ} \therefore \text{ق(ح د)} = \text{ق(ح د)} \leftarrow 1 \\ \therefore \text{أ ب حـ دـ} &= \text{أ ب حـ دـ} \\ \therefore \text{ق(أ ب حـ دـ)} &= \text{ق(أ ب حـ دـ)} \leftarrow 2 \\ \therefore \text{ق(أ ب حـ دـ)} &= \text{ق(أ ب حـ دـ)} \text{ وبإضافة ق(ب د) للطرفين} \\ \therefore \text{ق(أ ب حـ دـ)} &= \text{ق(أ ب حـ دـ)} \therefore \text{أ هـ} = \text{ب حـ} \end{aligned}$$

١٨ في الشكل المقابل :

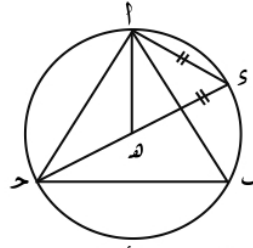


لـ قطر في الدائرة
 ق(ن د) = 110°
 أوجد : ق(و ل هـ)

البرهان

$$\begin{aligned} \therefore \text{لـ قطر في الدائرة م} \\ \therefore \text{ق(و ل هـ)} &= 90^\circ \text{ "محيطية مرسومة في نصف دائرة"} \\ \therefore \text{لـ و هـ رباعي دائري} \therefore \text{ق(هـ د)} + \text{ق(ن د)} &= 180^\circ \\ \therefore \text{ق(هـ د)} &= 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ \\ \therefore \text{ق(و ل هـ)} &= 180^\circ - 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ \end{aligned}$$

٢٢) في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث متساوي الأضلاع
مرسوم داخل دائرة
أخذت د على بـ ، د على أـ ، د على حـ

بحيث $AD = DC$ ، أثبت أن ΔABC متساوي الأضلاع

البرهان

ΔABC متساوي الأضلاع

\therefore قياس كل زاوية من زوايا $\Delta ABC = 60^\circ$ $\therefore \angle C = 60^\circ$

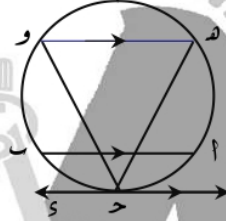
$\therefore \angle C = \angle B = 60^\circ$ ، محيطيتان مشتركتان في القوس (أ ب ح)

$\therefore \angle C = \angle B = 60^\circ$

في ΔADC $\therefore \angle C = \angle A = 60^\circ$ ، $AD = DC$

$\therefore \Delta ADC$ متساوي الأضلاع

٢٣) في الشكل المقابل :



\overleftrightarrow{CD} مماس للدائرة عند حـ

أ ب ، حـ وتران في الدائرة

حيث : $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ $\therefore \overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{AB}$

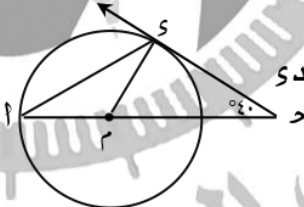
أثبت أن : حـ = حـ

البرهان

$\therefore \overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{AB}$ $\therefore \angle C = \angle B$ $\therefore \angle C = \angle B$

$\therefore \angle C = \angle B$

٢٤) في الشكل المقابل :



إذا كان \overleftrightarrow{CD} مماس للدائرة عند حـ

$\angle C = 40^\circ$ ،

أوجد : $\angle A$ ، $\angle B$ ، $\angle C$

البرهان

$\therefore \overleftrightarrow{CD}$ مماس $\therefore \overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{AB}$ $\therefore \angle C = 90^\circ$

$\therefore \angle C = 90^\circ$

$\therefore \angle C = 90^\circ$ خارجة عن ΔABC

$\therefore \angle C = \angle A + \angle B$ $\therefore \angle C = \angle A + \angle B$

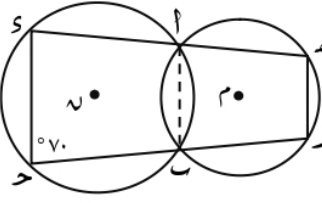
$\therefore 90^\circ = 40^\circ + \angle A$

$\therefore \angle A = 50^\circ$ ، $\angle B = 40^\circ$ ، $\angle C = 90^\circ$

في ΔABC $\therefore \angle A = 50^\circ$ ، $\angle B = 40^\circ$ ، $\angle C = 90^\circ$

$\therefore \angle A = 50^\circ$ ، $\angle B = 40^\circ$ ، $\angle C = 90^\circ$ (ثانياً)

٢٥) في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

رسم أ ب يقطع الدائرة م

في هـ والدائرة ن في د

رسم ب ح يقطع الدائرة م

في و والدائرة ن في حـ

، $\angle C = 70^\circ$ أوجد : $\angle A$ ، أثبت أن : $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{AB}$

العمل

البرهان

\therefore الشكل أ ب ح رباعي دائري

$\therefore \angle C + \angle A = 180^\circ$

$\therefore \angle C + \angle A = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

\therefore الشكل أ ب ح رباعي دائري

$\therefore \angle C + \angle A = 180^\circ$ (أولاً)

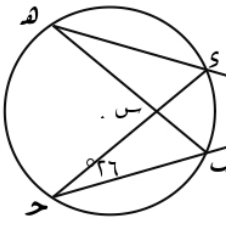
$\therefore \angle C + \angle A = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

$\therefore \angle C + \angle A = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

وهما زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع \overleftrightarrow{CD}

(ثانياً) $\therefore \overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{AB}$

٢٦) في الشكل المقابل :



أ ب ح د ع

أ ب ح د ع

أ ب ح د ع

أ ب ح د ع

أ ب ح د ع

البرهان

\therefore (حـ د هـ) خارجة عن ΔABC

$\therefore \angle C + \angle A = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

$\therefore \angle C + \angle A = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

$\therefore \angle C + \angle A = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

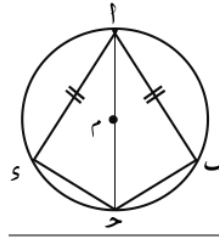
"محيطيتان مشتركتان في (حـ د هـ)"

$\therefore \angle C + \angle A = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

"مقابل لـ (حـ د هـ) المحيطية"

$\therefore \angle C + \angle A = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

٣٢ في الشكل المقابل :



أو قطر في الدائرة م

$$AB = AC$$

أثبت أن : $\angle C = \angle D$ (و.ح.د)

البرهان

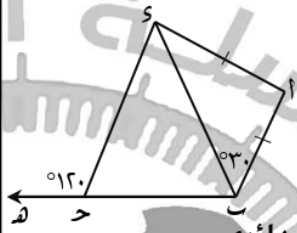
∴ أو قطر في الدائرة م

$$\angle C = \angle D \quad \text{①} \leftarrow$$

$$\angle C = \angle D \quad \text{②} \leftarrow$$

من ① ، ② وبالطرح : $\angle C = \angle D$ (و.ح.د)

٣٣ في الشكل المقابل :



أو شكل رباعي

$$AB = AC, \angle C = \angle D = 30^\circ$$

$$\angle C = \angle D = 120^\circ$$

أثبت أن : الشكل رباعي دائري

البرهان

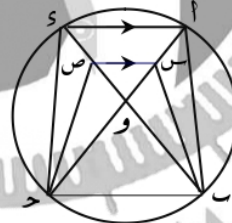
$$\angle C = \angle D \quad \text{①} \leftarrow$$

$$\angle C = \angle D = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

$$\angle C = \angle D = 120^\circ \quad \text{②} \leftarrow$$

∴ الشكل رباعي دائري

٣٤ في الشكل المقابل :



أو شكل رباعي دائري

تقاطع قطراه في و

$$AB \perp CD, \angle C = \angle D$$

حيث : $AB \parallel CD$

أثبت أن : الشكل رباعي دائري

البرهان

$$\angle C = \angle D \quad \text{①} \leftarrow$$

"وهما مرسومتان على القاعدة AB وفي جهة واحدة"

$$AB \parallel CD$$

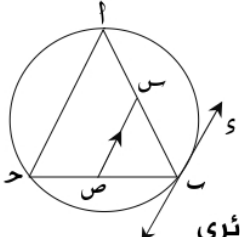
$$\angle C = \angle D \quad \text{②} \leftarrow$$

$$\angle C = \angle D \quad \text{③} \leftarrow$$

"وهما مرسومتان على القاعدة AB وفي جهة واحدة"

∴ الشكل رباعي دائري

٣٥ في الشكل المقابل :



أو مماس للدائرة عند ب

$$AB \perp CD, \angle C = \angle D$$

$$AB \parallel CD$$

أثبت أن : الشكل رباعي دائري

البرهان

$$AB \perp CD \quad \text{①} \leftarrow$$

$$\angle C = \angle D \quad \text{②} \leftarrow$$

$$\angle C = \angle D \quad \text{③} \leftarrow$$

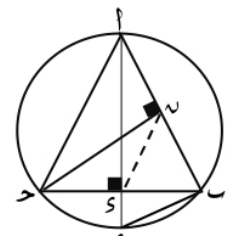
محيطية ومماسية مشتركتان في (AB)

$$\angle C = \angle D \quad \text{④} \leftarrow$$

∴ (AB) خارجة عن الشكل رباعي

∴ الشكل رباعي دائري

٣٦ في الشكل المقابل :



$$AB \perp CD, \angle C = \angle D$$

أثبت أن :

$$\angle C = \angle D \quad \text{①} \leftarrow$$

$$\angle C = \angle D \quad \text{②} \leftarrow$$

البرهان

$$\angle C = \angle D \quad \text{③} \leftarrow$$

$$\angle C = \angle D \quad \text{④} \leftarrow$$

$$\angle C = \angle D \quad \text{⑤} \leftarrow$$

"وهما مرسومتان على القاعدة AB وفي جهة واحدة"

∴ الشكل رباعي دائري

ومن الشكل الرباعي الدائري

$$\angle C = \angle D \quad \text{⑥} \leftarrow$$

$$\angle C = \angle D \quad \text{⑦} \leftarrow$$

"محيطيتان مشتركتان في (AB)"

$$\angle C = \angle D \quad \text{⑧} \leftarrow$$

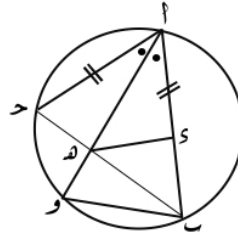
٢٧) في الشكل المقابل :

$AB = AC$ ، AO ينصف (BAC)

أثبت أن :

١) $OB = OC$

٢) الشكل BOC رباعي دائري



البرهان

في $\triangle AOB$ ، $\triangle AOC$ فيهما :

١) $\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BAO = \angle CAO$

٢) $AB = AC$

٣) $\triangle AOB \equiv \triangle AOC$ (ب) $\triangle AOB \equiv \triangle AOC$

ويتبع من التطابق أن : $OB = OC$ (أولاً)

$\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BOA = \angle COA$

"محيطيتان مشتركتان في (ب)"

$\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BOA = \angle COA$

$\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BOA = \angle COA$

$\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BOA = \angle COA$

$\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BOA = \angle COA$

(ثانياً)

٢٨) في الشكل المقابل :

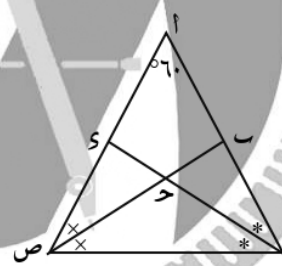
$\triangle ABC$ فيه :

$\angle A = 60^\circ$

AD ينصف (BAC)

BE ينصف (ACB)

أثبت أن : الشكل BOC رباعي دائري



البرهان

في $\triangle ABC$ فيه :

$\angle A = 60^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$ ، $\angle C = 70^\circ$

$\angle A = 60^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$ ، $\angle C = 70^\circ$

$\angle A = 60^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$ ، $\angle C = 70^\circ$

$\angle A = 60^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$ ، $\angle C = 70^\circ$

$\angle A = 60^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$ ، $\angle C = 70^\circ$

$\angle A = 60^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$ ، $\angle C = 70^\circ$

$\angle A = 60^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$ ، $\angle C = 70^\circ$

$\angle A = 60^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$ ، $\angle C = 70^\circ$

$\angle A = 60^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$ ، $\angle C = 70^\circ$

$\angle A = 60^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$ ، $\angle C = 70^\circ$

$\angle A = 60^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$ ، $\angle C = 70^\circ$

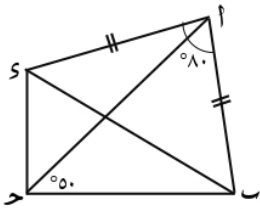
٢٩) في الشكل المقابل :

$AB = AC$

$\angle A = 80^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$

$\angle A = 80^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$

أثبت أن : الشكل ABC رباعي دائري



البرهان

$AB = AC$ (ب) $AB = AC$

$\angle A = 80^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$ (ب) $\angle A = 80^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$

$\angle A = 80^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$ (ب) $\angle A = 80^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$

وهما مرسومتان على القاعدة AB وفي جهة واحدة

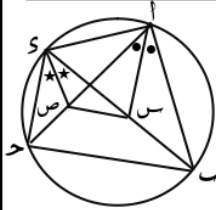
$\angle A = 80^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$ (ب) $\angle A = 80^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$

٣٠) في الشكل المقابل :

AD ينصف (BAC)

BE ينصف (ACB)

أثبت أن : الشكل BOC رباعي دائري



البرهان

$\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BOA = \angle COA$

"محيطيتان مشتركتان في (ب)"

$\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BOA = \angle COA$

$\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BOA = \angle COA$

$\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BOA = \angle COA$

وهما مرسومتان على القاعدة BC وفي جهة واحدة

$\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BOA = \angle COA$

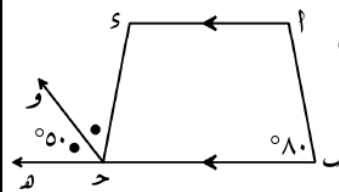
٣١) في الشكل المقابل :

$AD \parallel BC$ ، $\angle A = 80^\circ$

$\angle A = 80^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$

$\angle A = 80^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$

أثبت أن : الشكل ABC رباعي دائري



البرهان

$\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BOA = \angle COA$

$\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BOA = \angle COA$

$\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BOA = \angle COA$

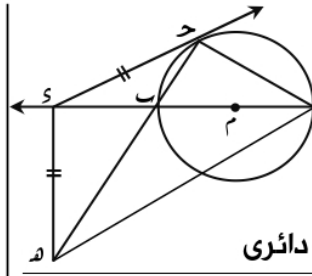
$\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BOA = \angle COA$

$\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BOA = \angle COA$

$\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BOA = \angle COA$

$\angle BOA = \angle COA$ (ب) $\angle BOA = \angle COA$

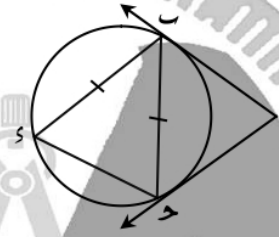
٤٢) في الشكل المقابل :
 \overline{AB} قطر ، $S \in \overline{AB}$
 \widehat{S} مماساً للدائرة عند ح
 $ه \in \widehat{S}$ بحيث $وه = وش$
 أثبت أن : الشكل أحده رباعي دائري



البرهان

- ١) $\widehat{H} = \widehat{S} = 90^\circ$ "مماسية ومحيطية مشتركتان في (ب ح)"
 ٢) $\widehat{H} = \widehat{S}$ ، $\widehat{H} = \widehat{S}$ ، $\widehat{H} = \widehat{S}$ من ١ ، ٢
 وهما مرسومتان على القاعدة ح وفي جهة واحدة
 \therefore أحده رباعي دائري

٤٣) في الشكل المقابل :

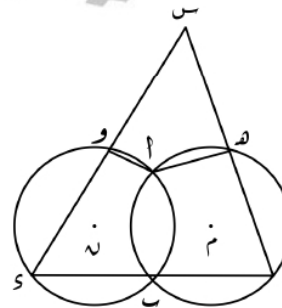


\overline{AB} ، \overline{AC} مماسان للدائرة
 $\widehat{B} = \widehat{C} = 70^\circ$
 $ش = س$
 أوجد : \widehat{D}

البرهان

- \overline{AB} ، \overline{AC} مماسان للدائرة $\therefore \widehat{B} = \widehat{C}$
 $\widehat{B} = \widehat{C} = 70^\circ$
 $\widehat{D} = \widehat{E} = 55^\circ$ "مماسية ومحيطية مشتركتان في (ب ح)"
 $\widehat{D} = \widehat{E}$ ، $\widehat{D} = \widehat{E}$ ، $\widehat{D} = \widehat{E}$ من ١ ، ٢
 $\widehat{D} = \widehat{E}$ ، $\widehat{D} = \widehat{E}$ ، $\widehat{D} = \widehat{E}$ من ١ ، ٢
 \therefore أحده رباعي دائري

٤٤) في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان
 متقاطعتان في م ، ن
 ح يمر بالنقطة م
 أثبت أن :

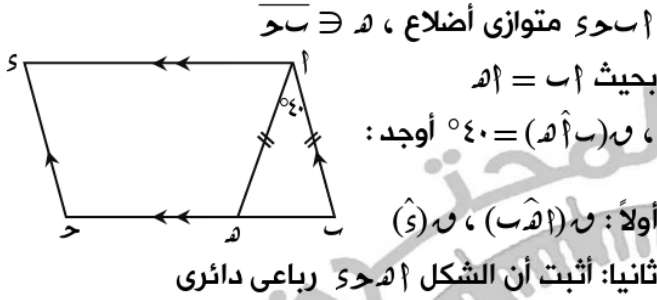
الشكل أحده رباعي دائري

العمل

البرهان

في الدائرة م \therefore ح رباعي دائري

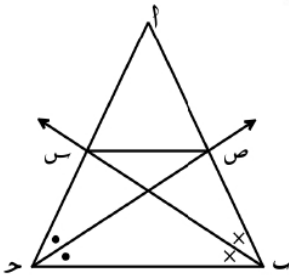
٤٥) في الشكل المقابل :



البرهان

- $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ من ١ ، ٢
 $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ من ١ ، ٢
 \therefore أحده رباعي دائري

٤٦) في الشكل المقابل :



أثبت أن : ١) الشكل أحده رباعي دائري
 ٢) $\widehat{A} = \widehat{B}$

البرهان

- $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ من ١ ، ٢
 $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ من ١ ، ٢
 \therefore أحده رباعي دائري

$$\therefore \angle (S\hat{B}V) = \angle (V\hat{S}H)$$

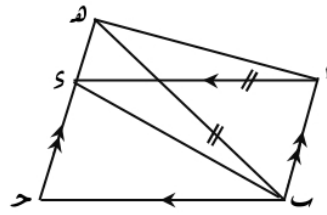
وهما مرسومتان على القاعدة \overline{SV} وفي جهة واحدة
 \therefore $BS \parallel SH$ رباعي دائري

٤٧ في الشكل المقابل :

$AB \parallel CD$ متوازي أضلاع

$$E \in \overline{CD}, \quad \overline{AE} \parallel \overline{BC}$$

بحيث : $BE = AE$



أثبت أن : الشكل $ABDE$ رباعي دائري

البرهان

$\therefore AB \parallel CD$ متوازي أضلاع

$$\therefore \angle (A\hat{B}D) = \angle (D\hat{C}B) \quad \text{①}$$

$$\therefore \angle (A\hat{B}D) = \angle (A\hat{E}D), \quad \angle (B\hat{C}D) = \angle (B\hat{E}D)$$

$$\therefore \angle (D\hat{C}B) = \angle (D\hat{E}A) \quad \text{②}$$

$$\text{من ①، ②} \quad \therefore \angle (A\hat{B}D) = \angle (A\hat{E}D)$$

وهما مرسومتان على القاعدة \overline{BD} وفي جهة واحدة

$\therefore ABDE$ رباعي دائري

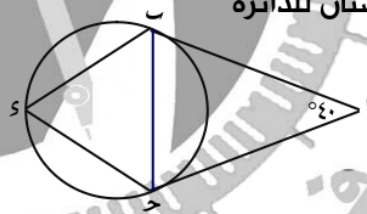
٤٨ في الشكل المقابل :

AB, AC قطعتان مماستان للدائرة

عند B, C

$$\angle (A\hat{B}C) = 40^\circ$$

أوجد : $\angle (B\hat{C}A)$



البرهان

$\therefore AB, AC$ قطعتان مماستان عند B, C

$$\therefore AB = AC$$

$$\therefore \angle (A\hat{B}C) = \angle (A\hat{C}B) = 40^\circ$$

$$\therefore \angle (A\hat{B}C) = \angle (A\hat{C}B) = 40^\circ$$

"محيطية ومماسية مشتركتان في $(B\hat{C})$ "

٤٩ في الشكل المقابل :

AB, AC قطعتان مماستان للدائرة Γ

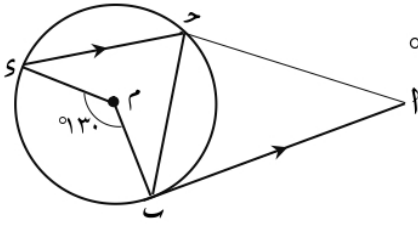
$$AB \parallel AC$$

$$\angle (B\hat{M}S) = 130^\circ$$

① أثبت أن :

\overline{BS} ينصف $(A\hat{C})$

② أوجد : $\angle (A\hat{B}S)$



البرهان

$$\therefore \angle (B\hat{M}S) = 130^\circ$$

"محيطية ومركزية مشتركتان في $(B\hat{S})$ "

$$\therefore \angle (B\hat{M}S) = \angle (S\hat{M}B)$$

$$\therefore \angle (B\hat{M}S) = \angle (S\hat{M}B) = 130^\circ \quad \text{بالتبادل} \quad \text{①}$$

$\therefore AB, AC$ قطعتان مماستان عند B, C

$$\therefore AB = AC$$

$$\therefore \angle (A\hat{B}S) = \angle (A\hat{C}S) = 130^\circ \quad \text{②}$$

$\therefore \overline{BS}$ ينصف $(A\hat{C})$

\therefore مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث $= 180^\circ$

$$\therefore \angle (A\hat{B}S) = 180^\circ - 130^\circ - 130^\circ = 20^\circ$$

٥٠ في الشكل المقابل :

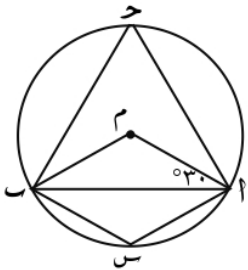
AB مثلث مرسوم داخل دائرة Γ

M, N نصفي قطرين فيهما

$$\angle (A\hat{M}N) = 30^\circ, \quad S \in \overline{AB}$$

أوجد :

$$\angle (A\hat{M}N), \angle (A\hat{B}N), \angle (A\hat{S}N), \angle (A\hat{B}S)$$



البرهان

$$\therefore M, N$$
 "أنصاف أقطار"

$$\therefore \angle (A\hat{M}N) = \angle (A\hat{N}M) = 30^\circ$$

$$\therefore \angle (A\hat{M}N) = \angle (A\hat{N}M) = 30^\circ$$

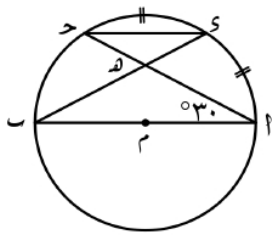
$$\therefore \angle (A\hat{B}N) = \angle (A\hat{M}N) = 30^\circ$$

"محيطية ومركزية مشتركتان في $(A\hat{N})$ "

\therefore AB رباعي دائري

$$\therefore \angle (A\hat{B}N) = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \angle (A\hat{B}N) = 120^\circ \times 2 = 240^\circ$$



٥٨ في الشكل المقابل :

أب قطر في الدائرة م

$$\angle C = \angle CAB = 30^\circ$$

د منتصف أ ب

$$\overline{DE} \parallel \overline{AB} \Rightarrow \angle ADE = \angle CAB$$

١ أوجد : $\angle C$ و $\angle B$ و $\angle A$ و $\angle D$

٢ أثبت أن : $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$

برهان

$$\angle C = \angle CAB = 30^\circ$$

"محيطيتان مشتركتان في (ب)"

$$\angle C = \angle CAB = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

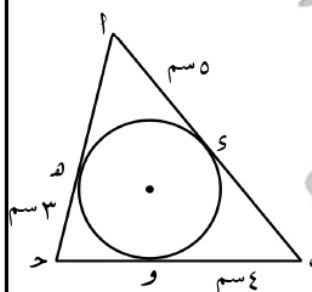
$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$



٥٩ في الشكل المقابل :

Δ ABC مرسوم خارج الدائرة م

التي تماس أضلاعه

أ ب ، ب ح ، ح أ

في د ، هـ ، و على الترتيب

$$AD = 3, BE = 4, CF = 5$$

$$AD = 3, BE = 4, CF = 5$$

برهان

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

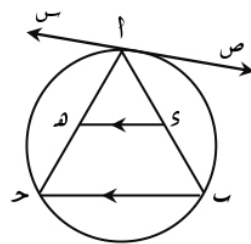
$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$



٥٥ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث مرسوم داخل دائرة

أس مماساً للدائرة عند أ

د هـ // س ح أثبت أن :

أس مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، د ، هـ

برهان

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (ب)"

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

٥٦ في الشكل المقابل :

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

برهان

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

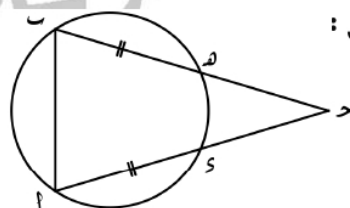
$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

٥٧ في الشكل المقابل :

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$



برهان

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle ADE = \angle CAB = 30^\circ$$

٦٠ في الشكل المقابل :

أ ب ، أ ح قطعتان مماستان

للدائرة عند ب ، ح

و (أ) = ٧٠°

و (ح و ه) = ١٢٥°

أثبت أن : ① س ح ينصف و (أ ب ه)

② ح ب = ح ه

البرهان

∴ أ ب ، أ ح قطعتان مماستان عند ب ، ح

∴ أ ب = أ ح

∴ و (أ ب ح) = و (أ ح ب) = $\frac{١٨٠ - ٧٠}{٢} = ٥٥^\circ$

∴ س ح و رباعي دائري

∴ و (ح ب ه) + و (س) = ١٨٠°

∴ و (ح ب ه) = ١٢٥° - ٥٥° = ٧٠°

∴ و (أ ب ح) = و (ح ب ه) = ٥٥°

∴ س ح ينصف (أ ب ه)

∴ و (ب ه ح) = و (أ ح ب) = ٥٥°

"محيطية ومركزية مشتركتان في (س ح)"

∴ و (ح ب ه) = و (ح ه ب) ∴ ح ب = ح ه

٦١ في الشكل المقابل :

أ ب قطر في دائرة م

و (ب س) = و (ح س)

و (ب س ح) = ١٤٠°

أوجد : ① و (أ ب ح)

② و (أ س)

البرهان

∴ أ ب و رباعي دائري ∴ و (أ) + و (ح س ب) = ١٨٠°

∴ و (أ) = ١٨٠° - ١٤٠° = ٤٠°

∴ أ ب قطر في الدائرة م

∴ و (أ ح ب) = ٩٠° "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

∴ و (أ ب ح) = ٩٠° - ٤٠° = ٥٠°

∴ و (ح و) = و (س ب) ∴ ح و = ح س

∴ و (س ب ح) = و (ح و ب) = $\frac{١٨٠ - ١٤٠}{٢} = ٢٠^\circ$

∴ و (أ س) = ٢٠° + ٥٠° = ٧٠°

٦٢ في الشكل المقابل :

أ ب قطر في دائرة م

، ح ه مماس للدائرة عند ح

رسم ه و ⊥ أ ب

بحيث : ه و ∩ ح ب = {و}

أثبت أن :

① الشكل أ و ح رباعي دائري

② المثلث ه و ح متساوي الساقين

البرهان

∴ و (أ ح ب) = ٩٠° "مرسومة في نصف دائرة"

∴ ه و ⊥ أ ب ∴ و (و س ب) = ٩٠°

∴ و (س ح ح) الخارجة = و (ح) الداخلة المقابلة

∴ أ و ح رباعي دائري

∴ و (ه ح ب) = و (ح أ ب) ← ①

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (ح ب)"

ومن الشكل الرباعي الدائري أ و ح

∴ و (ه ح ب) = و (ه و ح) ← ②

من ① ، ② ∴ Δ ه و ح متساوي الساقين

٦٣ في الشكل المقابل :

أ ح قطر في دائرة م

و (ح) = ٥٠°

و (أ س ب) = ٦٠°

أوجد بالبرهان :

و (ح ب س) ، و (ب أ س)

البرهان

∴ أ ح قطر في الدائرة م

∴ و (ح ب أ) = ٩٠° "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

∴ و (ح ب س) = ٩٠° - ٦٠° = ٣٠°

∴ و (ب أ ح) = ٩٠° - ٥٠° - ٩٠° = ٤٠°

∴ و (ح ب س) = و (ح أ س) = ٣٠°

"محيطيتان مشتركتان في (ح و)"

∴ و (ب أ س) = ٣٠° + ٤٠° = ٧٠°

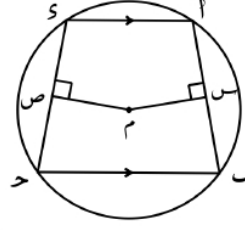
٦٤ في الشكل المقابل :

دائرة م فيها :

$\overline{سأ} // \overline{سح}$

$\overline{م س} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{م ص} \perp \overline{س ح}$

أثبت أن : $م س = م ص$



برهان

$\therefore \overline{سأ} // \overline{سح}$

① $\angle (أ ب) = \angle (س ح) \therefore \overline{سأ} = \overline{سح}$ ←

② $\therefore \overline{م س} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{م ص} \perp \overline{س ح}$ ←

$\therefore م س = م ص$

٦٥ في الشكل المقابل :

$\overline{س ر ص}$ ، $\overline{س ر ع}$ مماسان

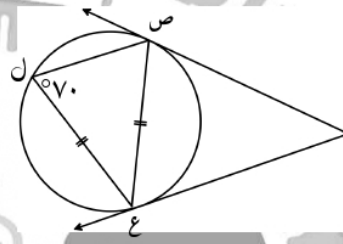
للدائرة عند ص ، ع

$\angle ص ل ع = \angle ل$ ،

$\angle ل = 70^\circ$ ،

① أوجد بالبرهان : $\angle (س ر)$

② أثبت أن : $\overline{س ر ع} // \overline{س ر ل}$



برهان

$\therefore \angle (ص ع س) = \angle (ص ل ع) = 70^\circ$

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (ص ع)"

$\therefore \overline{س ر ص}$ ، $\overline{س ر ع}$ مماسان للدائرة عند ص ، ع

$\therefore س ر ص = س ر ع$

$\therefore \angle (س ر ص) = \angle (س ر ع) = 70^\circ$

$\therefore \angle (س ر) = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$

$\therefore \angle ص ل ع = \angle ل$ ،

$\therefore \angle (ع ص ل) = \angle (ع ل ص) = 70^\circ$

$\therefore \angle (ع ص ل) = \angle (ص ع س) = 70^\circ$ "في وضع تبادل"

$\therefore \overline{س ر ع} // \overline{س ر ل}$

٦٦ في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متطابقتان رسم $\overline{أ ب} // \overline{م ن}$

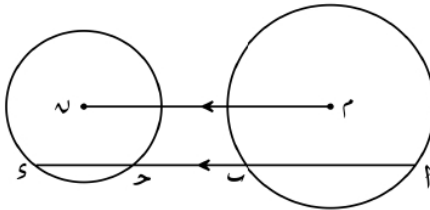
قطع الدائرة م

في أ ، ب

وقطع الدائرة ن

في ح ، د

أثبت أن : $أ ح = ب د$



في العمل $\overline{أ ب} \perp \overline{م ن}$ ، $\overline{ن و} \perp \overline{ح و}$

البرهان

$\therefore \overline{ن و} // \overline{م ن}$ ، $\overline{م ن} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{ن و} \perp \overline{ح و}$

$\therefore \overline{م ن} // \overline{ن و}$: الشكل م ن و ه مستطيل

$\therefore م ن = ن و$ ، $\therefore م ، ن$ دائرتان متطابقتان

$\therefore أ ب = ح و$ وبإضافة س ح للطرفين $\therefore أ ح = ب د$

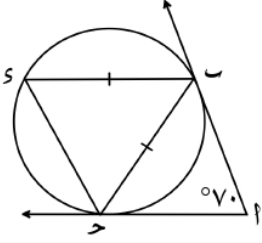
٦٧ في الشكل المقابل :

$\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ح}$

مماسان للدائرة م

$\angle (ب أ ح) = 70^\circ$ ،

أوجد : $\angle (أ ب ح)$



برهان

$\therefore \overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ح}$ مماسان للدائرة م

$\therefore \angle (ب أ ح) = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$

$\therefore \angle (ب أ ح) = \angle (ب أ ح) = 55^\circ$

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (أ ح)"

$\therefore س ح = س ب$ ،

$\therefore \angle (ب أ ح) = \angle (ب أ ح) = 55^\circ$

$\therefore \angle (ب أ ح) = 180^\circ - 55^\circ - 55^\circ = 70^\circ$

$\therefore \angle (ب أ ح) = 70^\circ + 55^\circ = 125^\circ$

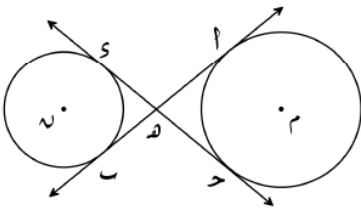
٦٨ في الشكل المقابل :

$\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ح}$ مماسان

للدائرتين م ، ن

أثبت أن :

$أ ب = أ ح$



برهان

$\therefore \overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ح}$ مماسان للدائرة م

$\therefore أ ب = أ ح$ ← ①

$\therefore \overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ح}$ مماسان للدائرة ن

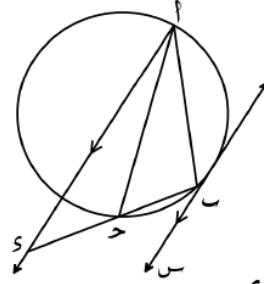
$\therefore أ ب = أ ح$ ← ②

بجمع ① ، ②

$\therefore أ ب + أ ح = أ ب + أ ح$

$\therefore أ ب = أ ح$

٦٩ في الشكل المقابل :



ΔABC مرسوم داخل دائرة
 \overline{BC} مماس للدائرة عند B
 $\overline{AC} \parallel \overline{BC}$ ،

أثبت أن :

\overline{AB} مماسة للدائرة برؤوس ΔABC

البرهان

$$\overline{AC} \parallel \overline{BC} \therefore$$

$$\angle A + \angle B = \angle C$$

$$\angle C = \angle A + \angle B$$

$$\angle C = \angle A + \angle B$$

$$\angle C = \angle A + \angle B$$

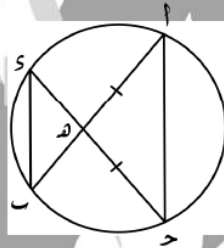
"مماسية ومحيطية مشتركتان في (A)"

$$\angle C = \angle A + \angle B$$

$$\angle C = \angle A + \angle B$$

\overline{AB} مماسة للدائرة المارة برؤوس ΔABC

٧٠ في الشكل المقابل :



\overline{AB} ، \overline{AC} وتران متساويان

في الطول في الدائرة

$$\overline{AB} \cap \overline{AC} = \{A\}$$

أثبت أن : ΔABC متساوي الساقين

البرهان

$$\overline{AB} = \overline{AC}$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

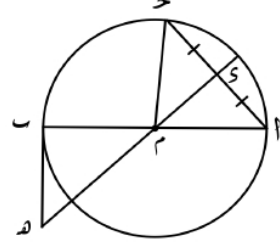
$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

"محيطيتان مقابلتان لقوسين متساويين في القياس"

ΔABC متساوي الساقين

٧١ في الشكل المقابل :



\overline{AB} قطر في الدائرة M

\overline{BC} مماس عند B

S منتصف \overline{AC}

① أثبت أن : ΔABC رباعي دائري

$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

البرهان

$$\therefore S \text{ منتصف } \overline{AC}$$

$$\therefore \overline{AS} \perp \overline{BC} \therefore \angle ASB = 90^\circ$$

$$\therefore \overline{BC} \text{ مماس للدائرة } M \text{ عند } B$$

$$M \text{ ، } \overline{BC} \text{ نصف قطر}$$

$$\therefore \overline{AS} \perp \overline{BC} \therefore \angle ASB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ASB = \angle ASB = 90^\circ$$

وهما مرسومتان على القاعدة \overline{AC} وفي جهة واحدة

$\therefore ABC$ رباعي دائري

ومن الرباعي الدائري

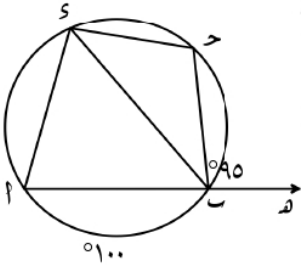
$$\therefore \angle A = \angle C \text{ مرسومتان على القاعدة } \overline{BC}$$

$$\therefore \angle A = \angle C = 90^\circ$$

"مركزية ومحيطية مشتركتان في (A)"

$$\therefore \angle A = \angle C = 90^\circ$$

٧٢ في الشكل المقابل :



ΔABC شكل رباعي

مرسوم داخل دائرة

$$\angle A = \angle C = 90^\circ$$

$$\angle A = \angle C = 90^\circ$$

$$\text{أوجد : } \angle A = \angle C = 90^\circ$$

البرهان

$$\therefore \Delta ABC \text{ رباعي دائري}$$

$$\therefore \angle A = \angle C = 90^\circ$$

$$\therefore \angle A = \angle C = 90^\circ$$

$$\therefore \angle A = \angle C = 90^\circ$$

$$\therefore \angle A = \angle C = 90^\circ$$

⑦٣ أوجد قياس القوس الذي يمثل ثلث قياس الدائرة

ثم أحسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر

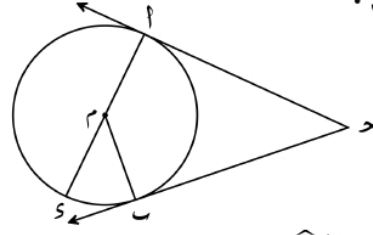
$$\text{الدائرة } 21 \text{ سم } (\pi = \frac{22}{7})$$

الحل

$$\text{قياس القوس} = \frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ$$

$$\text{طول القوس} = \frac{120}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21 = 44 \text{ سم}$$

٧٤) في الشكل المقابل :



أو قطر في الدائرة م

حـ أ ، حـ ب ،

مماسان للدائرة

عند أ ، ب

أثبت أن : $\angle PAB = \angle PCA$

البرهان

\overline{PA} مماس للدائرة م عند أ ، \overline{PM} نصف قطر

$\therefore \overline{PM} \perp \overline{PA} \quad \angle PMA = 90^\circ$

\overline{PB} مماس للدائرة م عند ب ، \overline{PM} نصف قطر

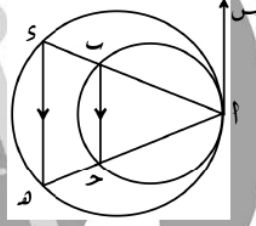
$\therefore \overline{PM} \perp \overline{PB} \quad \angle PMB = 90^\circ$

$\therefore \angle PMA = \angle PMB = 90^\circ$

\therefore أ ح ب م رباعي دائري

$\therefore \angle PAB$ الخارجة = $\angle PCA$ الداخلة المقابلة

٧٥) في الشكل المقابل :



دائرتان متماستان

من الداخل في أ

، \overline{AP} مماس مشترك لهما

أثبت أن : $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$

البرهان

في الدائرة الصغرى

$\therefore \angle PAB = \angle PCA$ ← ①

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (أ)"

في الدائرة الكبرى

$\therefore \angle PAB = \angle PCA$ ← ②

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (أ)"

$\therefore \angle PAB = \angle PCA$ وهما في وضع تناظر

$\therefore \overline{BC} \parallel \overline{DE}$

٧٦) في الشكل المقابل :

حـ أ ، حـ ب مماسان للدائرة

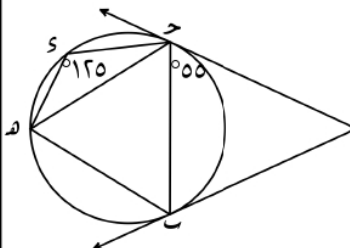
عند ح ، ب

$\angle PAB = 55^\circ$ ،

$\angle PBC = 125^\circ$ ،

① أثبت أن : $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$

② أثبت أن : حـ ب = حـ د



البرهان

\therefore حـ ب د رباعي دائري

$\therefore \angle PAB + \angle PBC + \angle PCA = 180^\circ$

$\therefore \angle PAB = 180^\circ - 125^\circ - 55^\circ = 55^\circ$

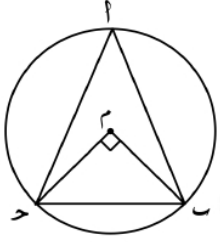
$\therefore \angle PAB = \angle PCA$ وهما في وضع تبادل

$\therefore \overline{AC} \parallel \overline{BD}$ (أولاً)

$\therefore \angle PAB = \angle PCA = 55^\circ$ "مماسية ومحيطية"

\therefore حـ ب = حـ د (ثانياً)

٧٧) في الشكل المقابل :



م دائرة

حيث (ب م ح) قائمة

أثبت أن :

$\angle PAB = \angle PCA$

البرهان

$\therefore \angle PAB = \angle PCA$ ← ①

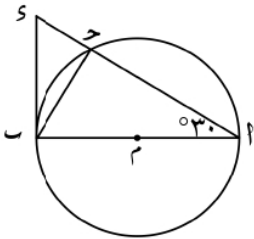
"محيطية ومركزية مشتركتان في (ب)"

$\therefore \angle PAB = \angle PCA$

$\therefore \angle PAB = \angle PCA = 55^\circ$ ← ②

من ① ، ② $\therefore \angle PAB = \angle PCA$

٧٨) في الشكل المقابل :



أ ب قطر في الدائرة م

، \overline{BC} مماس يقطع أ ح في د

$\angle PAB = 30^\circ$ ،

أثبت أن :

أ ب مماس للدائرة المارة برؤوس $\triangle BCD$

البرهان

\therefore أ ب قطراً في الدائرة م

$\therefore \angle PAB = \angle PCA = 90^\circ$ "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

$\therefore \angle PAB = \angle PCA = 90^\circ - 30^\circ - 180^\circ = 60^\circ$ ← ①

$\therefore \angle PAB = \angle PCA = 60^\circ$ ، \overline{BC} مماس للدائرة عند ب ، \overline{PM} نصف قطر

$\therefore \angle PAB = \angle PCA = 90^\circ$ ، $\overline{PM} \perp \overline{BC}$

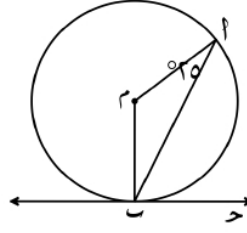
$\therefore \angle PAB = \angle PCA = 60^\circ - 30^\circ - 180^\circ = 60^\circ$ ← ②

$\therefore \angle PAB = \angle PCA = 60^\circ$ ، \overline{BC} مماس للدائرة عند ب ، \overline{PM} نصف قطر

\therefore أ ب مماس للدائرة المارة برؤوس $\triangle BCD$

٧٩ في الشكل المقابل :

\overrightarrow{CH} مماس للدائرة م
 $\angle C = 25^\circ$
 أوجد : $\angle H$

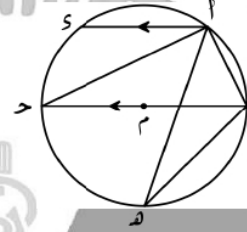


البرهان

$\angle C = \angle H = \angle O$
 $\angle C = \angle H = \angle O = 25^\circ$
 $\angle H = \angle C = \angle O = 25^\circ - 25^\circ - 180^\circ = 130^\circ$
 $\angle H = \angle C = \angle O = 65^\circ \leftarrow 1$
 "مماسية ومركزية مشتركتان في (C)"

٨٠ في الشكل المقابل :

\overrightarrow{CH} قطر في الدائرة م
 $\overrightarrow{CH} \parallel \overrightarrow{AB}$
 $\angle C = 25^\circ$
 أوجد : ١ $\angle B$ و ٢ $\angle A$

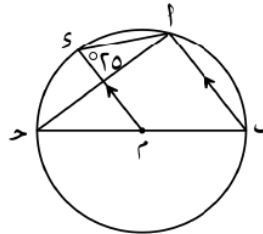


البرهان

$\angle C = \angle B = \angle A = 25^\circ$
 $\overrightarrow{CH} \parallel \overrightarrow{AB} \therefore \angle C = \angle B = \angle A = 25^\circ$
 $\angle C = \angle B = \angle A = 25^\circ$
 \overrightarrow{CH} قطر في الدائرة م
 $\angle C = \angle B = \angle A = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$
 $\angle C = \angle B = \angle A = 115^\circ$
 $\angle C = \angle B = \angle A = 180^\circ - 25^\circ - 25^\circ = 130^\circ$
 $\angle C = \angle B = \angle A = 80^\circ$

٨١ في الشكل المقابل :

\overrightarrow{CH} قطر في الدائرة م
 $\overrightarrow{CH} \parallel \overrightarrow{AB}$
 $\angle C = 25^\circ$
 أوجد : $\angle B$



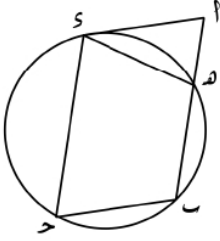
البرهان

$\angle C = \angle B = \angle A = 25^\circ$
 "محيطية ومركزية مشتركتان في (C)"
 \overrightarrow{CH} قطر في الدائرة م

$\angle C = \angle B = \angle A = 90^\circ$ "محيطية مرسومة في نصف دائرة"
 $\overrightarrow{CH} \parallel \overrightarrow{AB}$
 $\angle C = \angle B = \angle A = 50^\circ$ بالتناظر
 $\angle C = \angle B = \angle A = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

٨٢ في الشكل المقابل :

\overrightarrow{CH} متوازي أضلاع
 أثبت أن :
 $\angle H = \angle C$

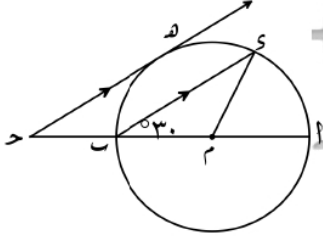


البرهان

\overrightarrow{CH} متوازي أضلاع
 $\angle C = \angle H = \angle A = 50^\circ$
 $\angle H = \angle C = \angle A = 50^\circ$
 $\angle H = \angle C = \angle A = 50^\circ$
 $\angle H = \angle C = \angle A = 50^\circ$
 $\angle H = \angle C = \angle A = 50^\circ$

٨٣ في الشكل المقابل :

$\angle C = 30^\circ$
 $\overrightarrow{CH} \parallel \overrightarrow{AB}$
 \overrightarrow{AB} قطر في الدائرة م
 أوجد : $\angle B$ و $\angle A$



البرهان

$\angle C = \angle B = \angle A = 30^\circ$
 \overrightarrow{AB} قطر في الدائرة م
 $\angle C = \angle B = \angle A = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$
 $\angle C = \angle B = \angle A = 120^\circ$
 $\angle C = \angle B = \angle A = 60^\circ$

٨٤ في الشكل المقابل :

أحسب شكل رباعي فيه :

$$\widehat{و(هـ ح)} = 76^\circ$$

$$\widehat{و(س ح)} = 38^\circ$$

أثبت أن : أحسب رباعي دائري

برهان

∴ $\widehat{و(هـ ح)}$ خارجة عن $\Delta هـ ب ح$

$$\widehat{و(و هـ ح)} + \widehat{و(هـ ب ح)} = \widehat{و(و هـ ح)}$$

$$\widehat{و(هـ ح ب)} = 38^\circ - 76^\circ = 38^\circ$$

$$\widehat{و(س ح ب)} = 38^\circ$$

$$\widehat{و(أ ب ح)} = \widehat{و(س ح ب)} = 38^\circ \text{ بالتبادل}$$

$$\widehat{و(أ ب ح)} = \widehat{و(س ح ب)} = 38^\circ$$

وهما مرسومتان على القاعدة $\overline{أ ب}$ وفي جهة واحدة

∴ أحسب رباعي دائري

٨٥ في الشكل المقابل :

أحسب شكل رباعي

مرسوم داخل دائرة م

فإذا كان : $\widehat{و(أ ب ح)} = \widehat{و(س ح ب)}$

$$\widehat{و(أ ح ب)} = 30^\circ$$

١ أثبت أن : $أ ح = س ب$

٢ أوجد $\widehat{و(أ هـ ب)}$

برهان

$$\widehat{و(أ ب ح)} = \widehat{و(س ح ب)} \text{ وبإضافة } \widehat{و(ب ح د)} \text{ للطرفين}$$

$$\widehat{و(أ ب ح)} + \widehat{و(ب ح د)} = \widehat{و(س ح ب)} + \widehat{و(ب ح د)}$$

$$\widehat{و(أ ب د)} = \widehat{و(س ح د)}$$

$$\widehat{أ ب د} = \widehat{س ح د}$$

$$\widehat{و(أ ب د)} = \widehat{و(س ح د)}$$

$$\widehat{و(أ ب د)} = \widehat{و(س ح د)} = 30^\circ$$

"محيطيتان أقواسهما متساوية في القياس"

$$\widehat{و(أ هـ ب)} = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$$

٨٦ في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متماسكتان

من الخارج في ح

$\overline{أ د}$ تماس الدائرة م

في س

$\overline{أ ب}$ تماس الدائرة ن

في ب

فإذا كان : $م ن = ٦$ سم ، $أ س = ٥$ سم

١ أثبت أن : $أ ب = أ ح = أ د$

٢ أوجد محيط الشكل $أ ب م ن$

٣ أثبت أن : $\overline{أ ن}$ ينصف $\widehat{و(ح ن ب)}$

برهان

∴ $\overline{أ س}$ ، $\overline{أ ح}$ قطعتان مماستان عند س ، ح

$$\widehat{و(أ ح ب)} = \widehat{و(أ س ب)} \text{ ①}$$

∴ $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ح}$ قطعتان مماستان عند ب ، ح

$$\widehat{و(أ ح ب)} = \widehat{و(أ ب ح)} \text{ ②}$$

$$\widehat{و(أ س ب)} = \widehat{و(أ ب ح)} \text{ من ① ، ② ∴ } \widehat{و(أ س ب)} = \widehat{و(أ ب ح)}$$

$$\widehat{و(أ س ب)} = \widehat{و(أ ب ح)} \text{ ∴ } م ن = م س + م ح = ٦ + ٦ = ١٢ \text{ سم}$$

∴ محيط الشكل $أ ب م ن = ٥ + ٥ + ٦ + ٦ = ٢٢$ سم

$\Delta أ ب ن$ ، $\Delta أ ح ن$ فيهما

$أ ب = أ ح$ ، $أ ن = أ ن$ ، $\widehat{و(أ ب ن)} = \widehat{و(أ ح ن)}$ ضلع مشترك

$$\Delta أ ب ن \equiv \Delta أ ح ن$$

$$\widehat{و(أ ب ن)} = \widehat{و(أ ح ن)}$$

∴ $\overline{أ ن}$ ينصف $\widehat{و(ح ن ب)}$

٨٧ في الشكل المقابل :

$$\widehat{و(أ م ب)} = 60^\circ$$

$$\widehat{و(م ح ب)} = 70^\circ$$

أوجد $\widehat{و(أ م ح)}$

العمل برسم $\overline{أ ب}$

برهان

$$\widehat{و(أ م ب)} = \widehat{و(أ ح ب)} \text{ "أنصاف أقطار"}$$

$$\widehat{و(أ م ب)} = \widehat{و(أ ح ب)} = 60^\circ$$

$$\widehat{و(أ م ح)} = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

$$\widehat{و(أ م ح)} = 60^\circ \text{ "أنصاف أقطار"}$$

