

Ngày Thi : 19-03-2015

Môn: TOÁN

ĐỀ THI THỬ LẦN 1

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{-x+1}$ có đồ thị (C)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số (C)
2. Tìm m để đường thẳng $y = -2x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho

$$x_1 x_2 - 4(x_1 + x_2) = \frac{7}{2}$$

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $\frac{\sin x - 2\sqrt{3}\cos^2 \frac{x}{2} + \sqrt{3}}{2\sin x + \sqrt{3}} = 0$

Câu 3 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x(1+2\ln x)} dx$

Câu 4(1,0 điểm)

1. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1-2i)z + \frac{1-3i}{1+i} = 2-i$. Tính mô đun của z .

2. Tìm hệ số không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(\sqrt[3]{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right)^{15}$

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 2; -1)$ và mặt phẳng

$(\alpha): x + 2y - 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng (α) sao cho khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (α) bằng khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (β)

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh bằng a . SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa cạnh SC và mặt phẳng (ABCD) bằng 60° , cạnh AC = a . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

Câu 7 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{2x-y-1} + \sqrt{3y+1} = \sqrt{x} + \sqrt{x+2y} \\ x^3 - 3x + 2 = 2y^3 - y^2 \end{cases}$$

Câu 8(1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình vuông ABCD có tâm $O\left(\frac{7}{2}; \frac{3}{2}\right)$. Điểm $M(6; 6)$

thuộc cạnh AB và $N(8; -2)$ thuộc cạnh BC. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông.

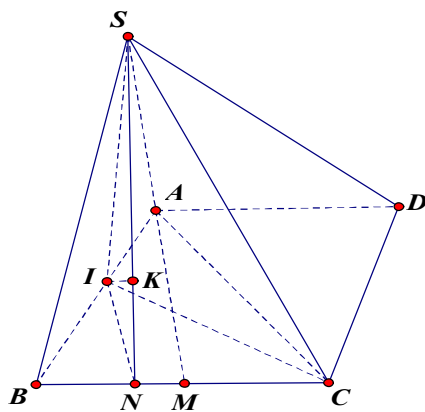
Câu 9 (1,0 điểm)

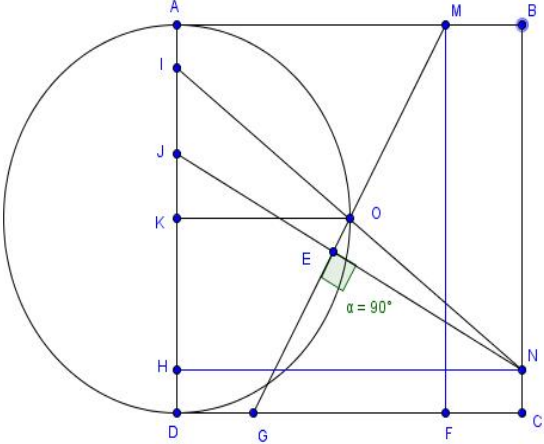
Cho x, y, z là các số thực thuộc $(0; 1)$ thỏa mãn điều kiện $(x^3 + y^3)(x + y) = xy(1-x)(1-y)$. Tìm giá trị

lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+y^2}} + 3xy - (x^2 + y^2)$

----- HẾT -----

		<p>Vậy $\forall m$ đường thẳng $y = x + m$ luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2, x_1 \neq x_2$</p> <p>Theo vi-et : $x_1 + x_2 = \frac{4+m}{2}, x_1 \cdot x_2 = \frac{m+1}{2}$</p>	0.25
		<p>$x_1 x_2 - 4(x_1 + x_2) = \frac{7}{2} \Leftrightarrow \frac{m+1}{2} - 4\left(\frac{m+4}{2}\right) = \frac{7}{2} \Leftrightarrow m = -\frac{22}{3}$</p> <p>Vậy $m = -\frac{22}{3}$ thì đường thẳng $y = -2x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 và $x_1 x_2 - 4(x_1 + x_2) = \frac{7}{2}$</p>	0,25
2			1.0
		<p>ĐK : $\sin x \neq \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\sin x - 2\sqrt{3}\cos^2 \frac{x}{2} + \sqrt{3}}{2\sin x + \sqrt{3}} = 0 \Leftrightarrow \sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$</p>	0.25
		<p>$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = 0 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$</p>	0.25
		<p>$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$</p>	0.25
		<p>Kết hợp ĐK ta có $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ là nghiệm của phương trình</p>	0.25
3			1.0
		<p>$I = \frac{1}{4} \int_1^e \frac{4\ln^2 x - 1 + 1}{x(1+2\ln x)} dx = \frac{1}{4} \int_1^e \frac{(2\ln x - 1)dx}{x} + \frac{1}{4} \int_1^e \frac{dx}{x(1+2\ln x)}$</p>	0.25
		<p>$= \frac{1}{8} \int_1^e (2\ln x - 1) d(2\ln x - 1) + \frac{1}{8} \int_1^e \frac{d(2\ln x + 1)}{(1+2\ln x)}$</p>	0.25
		<p>$= \left(\frac{1}{16} (2\ln x - 1)^2 \right) \Big _1^e + \frac{1}{8} \ln (1+2\ln x) \Big _1^e$</p>	0.25
		<p>$= \frac{1}{8} \ln 3$</p>	0.35
4			1.0
		<p>$(1-2i)z + \frac{1-3i}{1+i} = 2-i \Leftrightarrow z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$</p>	0,25
		<p>$\Rightarrow z = \sqrt{2}$</p>	0,25
		<p>$f(x) = \left(\sqrt[3]{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k x^{\frac{15-k}{3}} \cdot x^{-\frac{k}{2}} \cdot 2^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \cdot 2^k \cdot x^{5-\frac{5k}{6}}, (0 \leq k \leq 15, k \in \mathbb{Z})$</p>	0,25
		<p>Hệ số không chứa x ứng với k thỏa mãn : $5 - \frac{5k}{6} = 0 \Leftrightarrow k = 6 \Rightarrow$ hệ số : 320320</p>	0,25
5			1,0
		<p>$d(A, (\alpha)) = \frac{4}{3}$</p>	0,25
		<p>Vì $(\beta) // (\alpha)$ nên phương trình (β) có dạng : $x + 2y - 2z + d = 0, d \neq -1$</p>	0,25
		<p>$d(A, (\alpha)) = d(A, (\beta)) \Leftrightarrow \frac{ 5+d }{3} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow$</p>	0,25
		<p>$\begin{cases} d = -1 \\ d = -9 \end{cases} \Leftrightarrow d = -9$ (d = -1 loại) $\Rightarrow (\beta): x + 2y - 2z - 9 = 0$</p>	0,25
6			1,0

		 <p>Gọi I là trung điểm của đoạn AB $\Rightarrow SI \perp AB, (SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp (ABCD)$ nên $\widehat{SCI} = (\widehat{SC, (ABCD)}) = 60^\circ$, $CI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SI = CI \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$ Gọi M là trung điểm của đoạn BC, N là trung điểm của đoạn BM $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow IN = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ Ta có $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$</p>	0.5
		<p>ta có $BC \perp IN, BC \perp SI \Rightarrow BC \perp (SIN)$ Trong mặt phẳng (SIN) kẻ $IK \perp (SN), K \in SN$. Ta có $\begin{cases} IK \perp SN \\ IK \perp BC \end{cases} \Rightarrow IK \perp (SBC) \Rightarrow d(I, (SBC)) = IK$ Lại có : $\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IS^2} + \frac{1}{IN^2} \Rightarrow IK = \frac{3a\sqrt{13}}{26} \Rightarrow d(I, (SBC)) = \frac{3a\sqrt{13}}{26} \Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{3a\sqrt{13}}{13}$</p>	0.5
7			1.0
		<p>ĐK : $\begin{cases} 2x - y - 1 \geq 0 \\ x + 2y \geq 0 \\ x > 0 \\ y \geq -\frac{1}{3} \end{cases}$</p> <p>(1) $\Leftrightarrow \sqrt{2x-y-1} - \sqrt{x} + \sqrt{3y+1} - \sqrt{x+2y} = 0$ $\Leftrightarrow \frac{x-y-1}{\sqrt{2x-y-1} + \sqrt{x}} - \frac{x-y-1}{\sqrt{3y+1} + \sqrt{x+2y}} = 0$ $\Leftrightarrow (x-y-1) \left(\frac{1}{\sqrt{2x-y-1} + \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{3y+1} + \sqrt{x+2y}} \right)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = x-1 & (3) \\ \sqrt{2x-y-1} + \sqrt{x} = \sqrt{3y+1} + \sqrt{x+2y} & (4) \end{cases}$</p>	0,25
		<p>(4) $\Leftrightarrow \sqrt{2x-y-1} + \sqrt{x} = \sqrt{3y+1} + \sqrt{x+2y} \Leftrightarrow \sqrt{x} = \sqrt{3y+1} \Leftrightarrow y = \frac{x-1}{3}$ (5)</p>	0,25

8	1	<p>Từ (3) và (2) ta có :</p> $(x-1)^2(x+2) = 2(x-1)^3 - (x-1)^2 \Leftrightarrow (x-1)^2(x-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=5 \end{cases}$ <p>$x=1 \Rightarrow y=0; x=5 \Rightarrow y=4$</p>	0,25
		<p>Từ (5) và (2) ta có :</p> $(x-1)^2(x+2) = \frac{2}{27}(x-1)^3 - \frac{1}{9}(x-1)^2 \Leftrightarrow (x-1)^2(25x+59) = 0 \Leftrightarrow x=1 \text{ (do } x > 0)$ <p>Vậy hệ đã cho có nghiệm : $(x; y) = (1; 0); (x; y) = (5; 4)$</p>	0,25
			1,0
		 <p>Gọi G là điểm đối xứng của M qua O $\Rightarrow G = (1; -3) \in CD$</p> <p>Gọi I là điểm đối xứng của N qua O $\Rightarrow I = (-1; 5) \in AD$</p>	0,25
		<p>Phương trình cạnh MO qua M và có VTCP \vec{MO} là : $9x - 5y - 24 = 0$</p> <p>\Rightarrow Phương trình cạnh NE qua N và vuông góc MO là : $5x + 9y - 22 = 0$</p> <p>Gọi E là hình chiếu của N trên MG $\Rightarrow E = NE \cap MG \Rightarrow E = \left(\frac{163}{53}; \frac{39}{53}\right)$</p>	0,25
		<p>Lại có</p> $NE \perp MG \Rightarrow \begin{cases} NJ = MG \\ \overline{NE} = k \overline{NJ} \end{cases} (k \neq 0, k \in \mathbb{R}) \Rightarrow J(-1; 3); (\text{Vì } \overline{NE}, \overline{NJ} \text{ cùng chiều})$ <p>Suy ra phương trình cạnh AD : $x + 1 = 0 \Rightarrow OK = \frac{9}{2}$. Vì KA = KO = KD nên K, O, D thuộc đường tròn tâm K đường kính OK</p> <p>Đường tròn tâm K bán kính OK có phương trình : $(x+1)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{81}{4}$</p>	0,25
		<p>Vậy tọa độ điểm A và D là nghiệm của hệ : $\begin{cases} (x+1)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{81}{4} \\ x+1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 6 \\ x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$</p> <p>Suy ra $A(-1; 6); D(-1; -3) \Rightarrow C(8; -3); B(8; 6)$. Trường hợp $D(-1; 6); A(-1; -3)$ loại do M thuộc CD.</p>	0,25

9			1,0
		$(x^3 + y^3)(x + y) = xy(1 - x)(1 - y) \Leftrightarrow \left(\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}\right)(x + y) = (1 - x)(1 - y) \quad (1)$ <p>Ta có : $\left(\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}\right)(x + y) \geq 4xy$ và</p> $(1 - x)(1 - y) = 1 - (x + y) + xy \leq 1 - 2\sqrt{xy} + xy$ $\Rightarrow 1 - 2\sqrt{xy} + xy \geq 4xy \Leftrightarrow 0 < xy \leq \frac{1}{9}$	0.25
		<p>Để chứng minh : $\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \leq \frac{1}{1+xy}; (x, y \in (0;1))$</p> $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+y^2}} \leq \sqrt{2\left(\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2}\right)} \leq \sqrt{2\left(\frac{2}{1+xy}\right)} = \frac{2}{\sqrt{1+xy}}$	0.25
		$3xy - (x^2 + y^2) = xy - (x - y)^2 \leq xy$ $\Rightarrow P \leq \frac{2}{\sqrt{1+xy}} + xy = \frac{2}{\sqrt{1+t}} + t, \left(t = xy, 0 < t \leq \frac{1}{9}\right)$	0.25
		<p>Xét hàm số</p> $f(t) = \frac{2}{\sqrt{1+t}} + t, \left(0 < t \leq \frac{1}{9}\right) \Rightarrow \dots \Rightarrow \max f(t) = f\left(\frac{1}{9}\right) = \frac{6\sqrt{10}}{10} + \frac{1}{9}, t \in \left(0; \frac{1}{9}\right]$	0.25

_____ **HẾT** _____

Cảm ơn bạn Ngô Quang Nghiệp (nghiepbtt3@gmail.com) đã gửi tới www.laisac.page.tl